

Теорема о равносильности неравенств

$$\log_{\frac{1}{\pi}}(2x^2-5x) > \log_{\frac{1}{\pi}}(2x-3)$$

$$\text{ОДЗ: } 2x^2-5x > 0 \quad x(2x-5) > 0 \quad \begin{array}{c} + \\ - \\ + \end{array} \quad x < 0 \quad x > \frac{5}{2}$$

$$2x-3 > 0 \quad x > \frac{3}{2} \quad \text{Итак, ОДЗ: } x > \frac{5}{2}$$

Перенесем правую часть неравенства в левую с противоположным знаком:

$$\log_{\frac{1}{\pi}}(2x^2-5x) - \log_{\frac{1}{\pi}}(2x-3) > 0 \Rightarrow \log_{\frac{1}{\pi}} \frac{2x^2-5x}{2x-3} > 0$$

$$\log_{\frac{1}{\pi}} \frac{2x^2-5x}{2x-3} > 0 \Rightarrow \frac{2x^2-5x}{2x-3} > \left(\frac{1}{\pi}\right)^0 \Rightarrow \frac{2x^2-5x}{2x-3} > 1$$

Умножим левую и правую части на $(2x-3)$

$$2x^2-5x > 2x-3$$

Перенесем правую часть в левую с противоположным знаком

$$2x^2-5x-2x+3 > 0 \Rightarrow 2x^2-7x+3 > 0$$

Найдем корни функции $2x^2-7x+3=0$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49-24}}{4} = \frac{7 \pm 5}{4} \quad x_1 = \frac{1}{2} \quad x_2 = 3$$



$x < \frac{1}{2}$ - не подходит по ОДЗ

$x > 3$

Ответ: $x > 3$

Введение новой переменной

$$3^x + 3^{-x+1} \leq 4 \Rightarrow 3^x + \frac{3}{3^x} \leq 4$$

Принимаем $y = 3^x$, тогда получим неравенство

$$y + \frac{3}{y} \leq 4 \Rightarrow y^2 + 3 \leq 4y \Rightarrow y^2 - 4y + 3 \leq 0$$

Найдем корни функции $y^2 - 4y + 3 = 0$ $y_1 = 3$ $y_2 = 1$

$$\text{и } 3^{x_1} = 3 \quad x_1 = 1; \quad 3^{x_2} = 1 \quad x_2 = 0$$



$$\boxed{0 \leq x \leq 1}$$

$$(x+3) \log_{\frac{1}{7}} x < 0 \quad \text{ОДЗ: } x > 0$$

Чтобы произведение двух сомножителей было меньше нуля, необходимо, чтобы сомножители имели разные знаки

$$\begin{cases} x+3 < 0 \\ \log_{\frac{1}{7}} x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < -3 \\ x > 1 \end{cases} \quad \text{не подходит по ОДЗ}$$

$$\begin{cases} x+3 > 0 \\ \log_{\frac{1}{7}} x < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -3 \\ x < 1 \end{cases} \quad \text{учитывая ОДЗ, получим}$$

$$\boxed{0 < x < 1}$$