**Бинарные отношения**

**Основные понятия:** Прямое произведение множеств и его свойства, бинарные отношения и их свойства, граф и график бинарного отношения, композиция бинарных отношений, инверсия, отношение эквивалентности и порядка, разбиение множества на классы, отношение сравнения по модулю. Функциональные отношения, их свойства: инъекция, сюръекция, биекция; способы задания функций, взаимно-однозначные отображения, обратная функция, условие существования обратной функции.

Прямым произведением двух множеств А и В (декартовым произведением) называется множество .

Бинарным отношением R, заданным на паре множеств А и В, называется любое подмножество прямого произведения множеств . Тот факт, что элемент х связан бинарным отношением R с элементом y будем обозначать  или .

Свойства бинарных отношений

1. Рефлексивность 
2. Антирефлексивность 
3. Симметричность 
4. Антисимметричность 
5. Асимметричность 
6. Транзетивность 
7. Связанность 

1. Перечислите элементы множеств , :

1. , ;
2. , ;
3. , ;
4. , ;
5. , ;
6. , .

2. Пусть , , , . Перечислите элементы следующих множеств:

1. ;
2. ;
3. ;
4. .

3. Пусть , , . Перечислите элементы следующих множеств:

1. 
2. ;
3. ;
4. ;
5. ;
6. .

4. Известно, что . Установите, из каких элементов состоят множество А и множество В.

5. Изобразите на координатной плоскости множество:

1. , ;
2. , ;
3. ;
4. ;
5. ;
6. ;
7. ;
8. , где ;
9. , где ;
10. , где , ;
11. , где , ;
12. , где , , ;
13. , где , , ;
14. , где , , .

6. Дать геометрическую интерпретацию множества , если , , .

7. Каждое из следующих утверждений либо докажите, либо покажите с помощью контрпримера, что оно не всегда верно:

1. ;
2. ;
3. ;
4. ;
5. ;
6. ;
7. ;

8. Перечислите все элементы бинарного отношения R, постройте его граф и график:

1.  на множестве ;
2.  на множестве ;
3.  на множестве .

9. Перечислите все элементы бинарного отношения R. Определите, какими свойствами обладает данное отношение. Постройте граф и график.

1.  на множестве ;
2.  на множестве ;
3.  на множестве ;
4.  на множестве ;
5.  на множестве ;
6.  на множестве ;
7.  на множестве ;
8.  на множестве ;
9.  на множестве ;
10.  на множестве .

10. Бинарное отношение задано своим множеством, определите его свойства, постройте граф и график.

1.  на множестве ;
2.  на множестве ;
3.  на множестве ;
4.  на множестве ;
5.  на множестве ;
6.  на множестве .

11. Бинарное отношение задано своим графом. Определите, на каком множестве задано отношение, выпишите множество бинарного отношения, определите его свойства.

|  |  |
| --- | --- |
|  | 4 |
| 5 | 6 |

12. Для каждого из следующих бинарных отношений, определенных на множестве целых чисел Z, выясните, какими свойствами оно обладает и какими не обладает. Является ли отношение отношением эквиваленции или отношением порядка.

1. ;
2. ;
3. ;
4. .

13. Для каждого из следующих бинарных отношений, определенных на множестве действительных чисел R, выясните, какими свойствами оно обладает и какими не обладает. Является ли отношение отношением эквиваленции или отношением порядка. Постройте график.

1. ;
2. ;
3. ;
4. ;
5. .

14. Определите свойства отношений, определенных на множестве P(Z). (P(Z) – множество всевозможных подмножеств множества целых чисел).

1. ;
2. ;
3. ;
4. ;
5. ;

15. Для каждого из следующих бинарных отношений, определенных на множестве всех прямых плоскости, выясните, какими свойствами оно обладает и какими не обладает. Является ли отношение отношением эквиваленции или отношением порядка.

1. ;
2. ;
3. .

16. Докажите, что каждое из следующих отношений является отношением эквивалентности, и найдите классы эквивалентности.

1.  на множестве ;
2.  на множестве P(A), где  (P(А) – множество всевозможных подмножеств множества А);
3.  последние цифры в десятичной записи чисел x и y совпадают, на множестве Z;
4.  на множестве ;
5.  на множестве Z.

17. Даны бинарные отношения  и . Найти , , , , , .

1. , ;
2. , ;
3. , ,  и  определены на множестве Z;
4. , ,  и  определены на множестве R;
5. , ,  и  определены на множестве R;
6. , ,  и  определены на множестве R;
7. , ,  и  определены на множестве R.

18. Бинарные отношения определены на множестве всех прямых плоскости. Найдите инверсию для каждого отношения и композицию отношений.

1. ;
2. ;
3. .

19. Заданы отношения

, , .

Найти , , , ,  , , , .

20. Определите, является ли бинарное отношение функциональным (функцией). В случае положительного ответа установить его свойства: инъективное, сюрьективное, биективное; определите образ функционального отношения.

1.  на множестве ;
2.  на множестве ;
3.  на множестве ;
4.  на множестве ;
5.  на множестве .

21. Определите, является ли бинарное отношение функциональным (функцией). В случае положительного ответа установить его свойства: инъективное, сюръективное, биективное; определите образ функционального отношения. Постройте график.

1.  на множестве R;
2.  на множестве ;
3.  на множестве ;
4.  на множестве R;
5.  на множестве .

22. Для каждой из следующих пар множеств A и B выясните, сколько существует различных отображений из множества А в множество В. Сколько среди них инъекций, сюръекций, биекций?

1. , ;
2. , ;
3. , ;
4. , .

23. Для следующих функций f и g найдите композиции , , , .

1. , ;
2. , ;
3. , .

24. Следующие функции представьте виде композиции нескольких более простых функций:

1. ;
2. ;
3. ;
4. .

25. Докажите, что следующие пары функций являются взаимообратными:

1. , ;
2. , ;
3. , .

26. Для следующих функций, определенных на множестве действительных чисел, найдите обратные.

1. ;
2. ;
3. ;
4. 
5. ;
6. ;
7. .