Даны координаты пирамиды: A1(0,1,-2), A2(2,1,-1), A3(1,1,-4), A4(3,-1,-3)
**1) Координаты векторов**.
Координаты векторов находим по формуле:
X = xj - xi; Y = yj - yi; Z = zj - zi
здесь X,Y,Z координаты вектора; xi, yi, zi - координаты точки Аi; xj, yj, zj - координаты точки Аj;
Например, для вектора A1A2
X = x2 - x1; Y = y2 - y1; Z = z2 - z1
X = 2-0; Y = 1-1; Z = -1-(-2)
A1A2(2;0;1)
A1A3(1;0;-2)
A1A4(3;-2;-1)
A2A3(-1;0;-3)
A2A4(1;-2;-2)
A3A4(2;-2;1)
**2) Модули векторов** (длина ребер пирамиды)
Длина вектора a(X;Y;Z) выражается через его координаты формулой:







**3) Угол между ребрами**.
Угол между векторами a1(X1;Y1;Z1), a2(X2;Y2;Z2) можно найти по формуле:

где a1a2 = X1X2 + Y1Y2 + Z1Z2
Найдем угол между ребрами A1A2(2;0;1) и A1A3(1;0;-2):

γ = arccos(0) = 90.0000
**4) Площадь грани**
Площадь грани можно найти по формуле:

где

Найдем площадь грани A1A2A3
Найдем угол между ребрами A1A2(2;0;1) и A1A3(1;0;-2):


Площадь грани A1A2A3

Найдем площадь грани с учётом геометрического смысла векторного произведения:

Векторное произведение:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| i | j | k |
| 2 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | -2 |

 |  |

 | = |

= i(0 • (-2)-0 • 1) - j(2 • (-2)-1 • 1) + k(2 • 0-1 • 0) = 5j

**5) Объем пирамиды**.
Объем пирамиды, построенный на векторах a1(X1;Y1;Z1), a2(X2;Y2;Z2), a3(X3;Y3;Z3) равен:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=V%20=%20\frac%7b1%7d%7b6%7d |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| X1 | Y1 | Z1 |
| X2 | Y2 | Z2 |
| X3 | Y3 | Z3 |

 |  |

 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=V%20=%20\frac%7b1%7d%7b6%7d |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 2 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | -2 |
| 3 | -2 | -1 |

 |  |

 | https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=%20=%20\frac%7b10%7d%7b6%7d%20=%201.667 |

Находим определитель матрицы
∆ = 2 • (0 • (-1)-(-2) • (-2))-1 • (0 • (-1)-(-2) • 1)+3 • (0 • (-2)-0 • 1) = -10
**7) Уравнение прямой**
Прямая, проходящая через точки A1(x1; y1; z1) и A2(x2; y2; z2), представляется уравнениями:

Уравнение прямой A1A2(2,0,1)

Уравнение прямой A1A4(3,-2,-1)

**8) Уравнение плоскости**.
Если точки A1(x1; y1; z1), A2(x2; y2; z2), A3(x3; y3; z3) не лежат на одной прямой, то проходящая через них плоскость представляется уравнением:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| x-x1 | y-y1 | z-z1 |
| x2-x1 | y2-y1 | z2-z1 |
| x3-x1 | y3-y1 | z3-z1 |

 |  |

 | = 0 |

Уравнение плоскости A1A2A3

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| x-0 | y-1 | z+2 |
| 2 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | -2 |

 |  |

 | = 0 |

(x-0)(0 • (-2)-0 • 1) - (y-1)(2 • (-2)-1 • 1) + (z+2)(2 • 0-1 • 0) = 5y-5 = 0
Упростим выражение: y-1 = 0
**10) Длина высоты пирамиды, проведенной из вершины A4(3,-1,-3)**
Расстояние d от точки M1(x1;y1;z1) до плоскости Ax + By + Cz + D = 0 равно абсолютному значению величины:

Уравнение плоскости A1A2A3: y-1 = 0


**11) Уравнение высоты пирамиды через вершину A4(3,-1,-3)**
Прямая, проходящая через точку M0(x0;y0;z0) и перпендикулярная плоскости Ax + By + Cz + D = 0 имеет направляющий вектор (A;B;C) и, значит, представляется симметричными уравнениями:
Уравнение плоскости A1A2A3: y-1 = 0


**12) Угол между прямой A1A4 и плоскостью A1A2A3**.
Синус угла между прямой с направляющими коэффициентами (l; m; n) и плоскостью с нормальным вектором N(A; B; C) можно найти по формуле:

Уравнение плоскости A1A2A3: y-1 = 0
Уравнение прямой A1A4:


γ = arcsin(0.535) = 32.345o