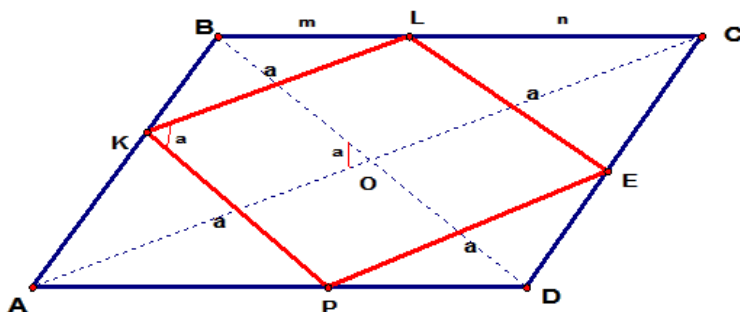


24. Вершины ромба расположены на сторонах параллелограмма, а стороны ромба параллельны диагоналям параллелограмма. Найдите отношение площадей ромба и параллелограмма, если отношение диагоналей параллелограмма равно 28.
Решение.



1. $ABCD$ – параллелограмм, $KLEP$ – ромб. Пусть $BD=d$, тогда $AC=28d$. Обозначим стороны ромба через a , $BL=m$, $CL=n$.

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} BD \cdot AC \cdot \sin \alpha = \frac{1}{2} \cdot d \cdot 28d \cdot \sin \alpha = 14d^2 \sin \alpha;$$

$$S_{KLEP} = a^2 \sin \alpha.$$

Причем, угол ромба и угол между диагоналями параллелограмма будут равны ($\angle AOB = \angle LKP$ или $\angle BOC = \angle KLE$ - как углы с параллельными сторонами).

2. $\triangle BCD \sim \triangle LCE$ по первому признаку ($\angle C$ - общий, $\angle CBD = \angle CLE$ –соответственные углы при параллельных прямых BD , LE и секущей BC). $\frac{LE}{BD} = \frac{LC}{BC}$; $\frac{a}{d} = \frac{n}{m+n}$.

3. $\triangle ABC \sim \triangle KBL$ по первому признаку ($\angle B$ - общий, $\angle BAC = \angle BKL$ –соответственные углы при параллельных прямых AC , KL и секущей AB). $\frac{KL}{AC} = \frac{BL}{BC}$; $\frac{a}{28d} = \frac{m}{m+n}$.

4. Сложим равенства: $\frac{a}{d} = \frac{n}{m+n}$ и $\frac{a}{28d} = \frac{m}{m+n}$.

$$\frac{a}{d} + \frac{a}{28d} = \frac{m}{m+n} + \frac{n}{m+n};$$

$$\frac{29a}{28d} = \frac{m+n}{m+n} = 1; 29a = 28d; a = \frac{28}{29}d.$$

5. Подставим в формулу площади ромба: $S_{KLEP} = a^2 \sin \alpha = \left(\frac{28}{29}d\right)^2 \sin \alpha = \frac{28^2 d^2}{29^2} \sin \alpha$.

6. Найдём отношение площадей: $\frac{S_{KLEP}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{28^2 d^2}{29^2} \sin \alpha}{14d^2 \sin \alpha} = \frac{2 \cdot 28}{29^2} = \frac{56}{841}$.

Ответ. $\frac{56}{841}$.