Найдите наибольшее и наименьшее целое число с удовлетворяющим системе неравенств

$$\begin{cases} 2^{x^2-14x+46} \geq 0.25 \\ \sqrt{9+x} < 4 \end{cases}$$

Поскольку подкоренное выражение не должно быть отрицательным, то

$$9 + x \geq 0 \qquad x \geq -9$$

Второе неравенство - возводим обе части в квадрат

$$9 + x < 16$$

$$x < 7$$

Таким образом

$$x \in [-9; 7)$$

Работаем с первым неравенством

$$2^{x^2-14x+46} \geq \frac{1}{4}$$

$$2^{x^2-14x+46} \geq 2^{-2}$$

Т.к. основание степени 2 >1, то

$$x^2 - 14x + 46 \geq -2$$

$$x^2 - 14x + 48 \geq 0$$

Найдем корни уравнения

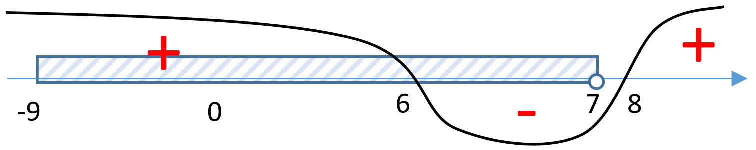
$$x^2 - 14x + 48 = 0$$

$$D = (-14)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 48 = 4$$

$$x_1 = \frac{14 - \sqrt{4}}{2} = 6$$

$$x_2 = \frac{14 + \sqrt{4}}{2} = 8$$

Отмечаем корни на числовой оси и определяем знаки интервалов



Берем неотрицательные интервалы на области определения

$$x \in [-9; 6]$$

На этом интервали находим наибольшее и наименьшее целое число: 6; -9

Ответ: 6; -9