Примеры заданий

Задание 1. Определить координаты точек планового обоснования, проложенного в виде замкнутого теодолитного хода, с привязкой к опорной точке A_0 (решение прямое геодезической задачи).

Решение:

1. Производится полевой контроль правильности измерения горизонтальных углов сразу после завершения проложения теодолитного хода (Приложение 1). Замкнутый теодолитный ход представляет собой многоугольник, сумма внутренних углов которого равна:

$$\Sigma \beta_{теор} = 180° (n - 2),$$

где n – число вершин многоугольника.

Находим сумму измеренных горизонтальных углов теодолитного ход (рис. 2):

$$\Sigma \beta_{измер} = \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 + \ldots + \beta_n$$

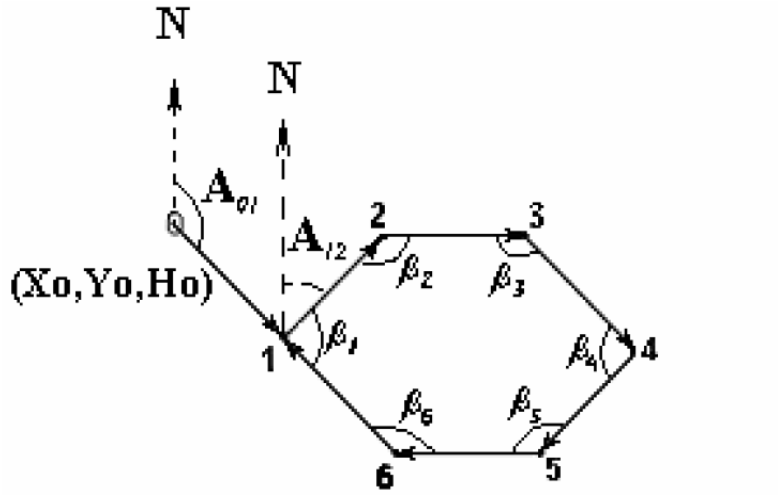


Рис. 2. Замкнутый теодолитный ход.

Вследствие ошибок в измерениях сумма измеренных углов замкнутого теодолитного хода $\Sigma\beta_{измер}$ будет отличаться от теоретической суммы $\Sigma\beta_{теор}$ на величину угловой невязки f_β:

$$f_\beta = \Sigma\,\beta_{измер} - \Sigma\,\beta_{теор}\,.$$

Если угловая невязка теодолитного хода $f_\beta < f_{\beta доп}$, то измерения горизонтальных углов выполнены в пределах допуска. Предельная допустимая угловая невязка $f_{\beta доп}$ вычисляется по формуле:

$$f_{\beta доп} = \pm\, 1{,}5 \cdot t \cdot \sqrt{n},$$

где t - точность измерения горизонтального угла теодолитом в минутах, $\sqrt{}$ - обозначение квадратного корня. Если $f_\beta > f_{\beta доп}$, то необходимо проверить все вычисления в журнале измерений горизонтальных углов и измерения углов.

2. Вычисления записываются в ведомости координат (Приложение 2). В графу 1 записывают название и номера опорной точки (A_0) и точек замкнутого полигона (1 – 6). В графу 2-3 выписывают из полевого журнала измеренные горизонтальные углы.

3. Для уравнивания углов невязку f_β распределяют с обратным знаком между всеми измеренными углами. Для этого невязку f_β делят на количество углов:

$$f_\beta^{\,*} = -\,f_\beta / n\,,$$

тогда уравненные углы (исправленные) находят как:

$$\beta_1 = \beta_{1изм} + f_\beta^{\,*},$$

$$\beta_2 = \beta_{2изм} + f_\beta^{\,*},$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\beta_6 = \beta_{6изм} + f_\beta^{\,*}$$

или вносят поправку только в углы с самыми короткими сторонами (графа 4).

Записывают значения исправленных углов в графу 5-6.

Контроль. Сумма всех исправленных углов должна быть равна теоретической сумме углов

$$\Sigma \beta_{теор} = 180°(n - 2) = = 180°(6 - 2) = 720^0.$$

4. Азимуты *A* или дирекционные углы α сторон хода вычисляют по формуле:

$$\alpha_{23} = \alpha_{12} + 180° - \beta_2$$

$$\alpha_{34} = \alpha_{23} + 180° - \beta_3$$

$$\ldots\ldots\ldots$$

$$\alpha_{61} = \alpha_{56} + 180° - \beta_6$$

$$\alpha_{12} = \alpha_{61} + 180° - \beta_1$$

если измерялись правые по ходу горизонтальные углы. Дирекционный угол α направления можно определить по его магнитному азимуту, если учесть поправки за сближение меридианов и склонение магнитной стрелки для данной местности. Вычисленные значения азимутов (дирекционных углов) сторон замкнутого теодолитного хода записывают в графу 7-8.

Контроль. После вычислений всех азимутов (дирекционных углов) направлений полигона должно быть получено первоначальное значение $\alpha_{12.}$

6. Горизонтальные проложения *d* сторон теодолитного хода в метрах записывают в графу 9. Значения *d* (рис. 3) можно вычислить двумя способами. По измеренным длинам сторон *D* и вертикальному углу n как:

$$d = D \times cos\ \alpha \quad (м),$$

или по измеренным длинам сторон *D* и по превышениям *h*, полученным по результатам нивелирования (см. п. 4.2.), по формуле:

$$d = \sqrt{D^2 - h_2}\ (м)$$

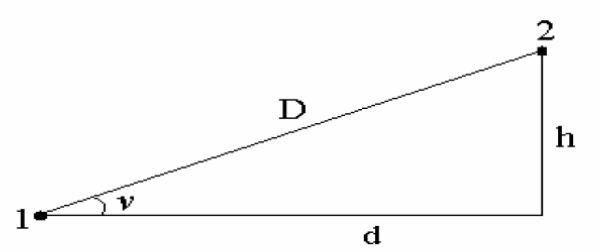


Рис. 3. Определение горизонтального проложения

7. Приращения координат ΔX, ΔY вычисляют по формулам прямой геодезической задачи:

$$\Delta X = d \times \cos \alpha$$

$$\Delta Y = d \times \sin \alpha.$$

Знаки и величины приращений записывают в графы 10, 12.

В замкнутом полигоне суммы приращений $\Sigma(\Delta X)$, $\Sigma(\Delta Y)$ должны равняться нулю. Однако на практике значения сумм приращений отличаются от нуля на величины f_x и f_y (в метрах), называемых линейными невязками,

$$\Sigma \Delta X = f_x \quad (\text{м}), \qquad \Sigma \Delta Y = f_y \quad (\text{м})$$

Абсолютная линейная невязка полигона f_S будет равна:

$$f_{абс} = \sqrt{f_x^2 + f_y^2} \qquad (\text{м})$$

Относительная линейная невязка замкнутого полигона вычисляется как

$$f_{отн} = f_{абс} / P = 1 : P / f_{абс}$$

где P — периметр замкнутого полигона в метрах. Допустимая невязка $f_{отн}$ не должна превышать 1:3000, 1:2000, 1:1000 в зависимости от рельефа местности и поставленной задачи.

8. По абсолютным линейным невязкам f_x и f_y находят поправки d_{xi} и d_{yi} к измеренному значению ΔX_i и ΔY_i пропорционально длинам линий d_i:

$$d_{xi} = d_i \times (- f_x / P), \qquad d_{yi} = d_i \times (- f_y / P)$$

Поправки округляются до 0,01м. Сумма поправок должна равняться невязке с обратным знаком.

Находят исправленные значения приращений координат:

$$\Delta X_{i\ исп} = \Delta X_i + d_{xi}, \qquad \Delta У_{i\ исп} = \Delta У_i + d_{yi}$$

где i – номер точки. Величины поправок и исправленных значений приращений записывают в графы 11, 13, 14-15.

Контроль. Суммы всех исправленных приращений координат $\Delta X_{исп}$ и $\Delta У_{исп}$ должны равняться нулю.

9. Координаты точек вычисляются по формулам:

$$X_{i+1} = X_i \pm \Delta X, \qquad Y_{i+1} = Y_i \pm \Delta У$$

где X_i , $У_i$ - координаты предыдущей точки, X_{i+1}, X_{i+1} - координаты последующей точки. Координаты точек записываем в графы 16-17.

Контроль. В конце вычислений координат всех точек замкнутого полигона должны быть получены координаты первой точки.

9. Привязка координат точки 1 к координатам исходной опорной точки $A(X_0, У_0)$ осуществляется путем решения прямой геодезической задачи. Для этого необходимо найти горизонтальное проложение d_{01} между этими точками так, как это было описано выше. А также с помощью буссоли найти азимут A_{01} направления от точки A к точке 1 (рис. 2). Вычисляют координаты точки 1 по формулам:

$$X_1 = X_0 + d_{01} \times Cos\ \alpha_{01},$$

$$Y_1 = Y_0 + d_{01} \times Sin\ \alpha_{01}$$

Опорная точка и точки теодолитного хода наносятся по координатам на план заданного масштаба с использованием масштабной линейки. Точность нанесения точек проверяется по горизонтальному проложению между ними.

Приложение 1. Журнал измерения горизонтальных углов

Дата *2.06.03* **Погода** *тепло, солнечно*

№ № ст.	Точки набл.		Отсчеты	Углы	Средние углы	Отсчеты верт. круга	Углы
1	КП	2	199° 56'	101° 58'		2° 24′	2° 24′
		6	97° 58'		101° 58'	0° 35′	
	КЛ	2	19° 36'	101° 58'		-2° 24′	0° 35′
		6	277° 38'			-0° 35′	
2	КП	1	298° 22'	139° 18'			
		3	159° 04'		139° 17'		′
	КЛ	1	118° 03'	139° 16'			
		3	338° 47'				
3	КП	2	132° 56'	114° 48'			
		4	18° 08'		114° 48'		
	КЛ	2	332° 58'	114° 47'			
		4	218° 11'				
4	КП	3	77° 20'	131° 56'			
		5	305° 24'		131° 56'		
	КЛ	3	257° 22'	131° 56'			
		5	125° 26'				
5	КП	4	169° 35'	122° 06'			
		6	47° 29'		122° 07'		
	КЛ	4	349° 36'	122° 08'			
		6	227° 28'				
6	КП	5	334° 30'	109° 51'		$\Sigma\beta_{изм}$=	719°58′
		1	224° 39'		109° 52'		
	КЛ	5	154° 32'	109° 52'		$f_{\beta\,доп}$ = 2′	
		1	44° 40'				

Приложение 2. **Ведомость координат теодолитного хода**

№ № точек	Углы измеренные		По-правка	Углы исправленные		Азимуты или дирекцион-ные углы		Горизонт. проложе-ния	Приращения вычисленные				Приращения исправленные		Координаты точек	
									Δx	поправка	Δy	поправка	Δx	Δy	x	y
	°	'		°	'	°	'									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
0															1000,00	1000,00
						115	28	42,60	-18,32		38,46		-18,32	38,46		
1	101	58		**101**	**58**										**981,68**	**1038,46**
						43	8	46,65	34,04	-0,01	31,89	0,00	34,03	31,89		
2	139	17		139	17										1015,71	1070,35
						83	51	49,79	5,33	-0,01	49,50	0,00	5,32	49,50		
3	114	48		114	48										1021,03	1119,85
						149	3	55,50	-47,60	-0,01	28,54	0,00	-47,61	28,54		
4	131	56	1	131	57										973,42	1148,39
						197	6	38,27	-36,58	-0,01	-11,25	0,00	-36,59	-11,25		
5	122	7	1	122	8										936,83	1137,14
						254	58	58,75	-15,24	-0,01	-56,74	0,00	-15,25	-56,74		
6	109	52		109	52										921,58	1080,40
						325	6	73,30	60,12	-0,02	-41,94	0,00	60,10	-41,94		
1				**101**	**58**										**981,68**	**1038,46**
						43	8									
$\sum \beta_{изм} = 719°58'$				$\sum \beta_{испр} = 720°$			$P =$	322,26 м	**0,07**	**-0,07**	**0,00**	**0,00**				
									$f_{абс} = 0,07$							
									$f_{отн} = \frac{1}{322,26 \div 0,07} = \frac{1}{4603} \leq \frac{1}{2000}$							

Задание 2. Определить координаты точек планового обоснования, проложенного в виде разомкнутого теодолитного хода с привязкой к опорным точкам 1, 2 и 6, 7 (исходные данные представлены в таблице).

точка	угол измеренны		попр.	угол исправленный			дирекционный угол			длины сторон	приращения вычисленные				приращения исправленные		координаты точек	
	град	мин	сек	град	мин	сек	град	мин	сек		dx	поправ.	dy	поправ.	dx	dy	x	y
1																	1850,30	1758,00
2	148	40															1788,24	1632,79
3	148	35								143,00								
4	258	40								118,80								
5	121	37								206,60								
6	134	50								143,80							1377,20	1299,43
7																	1230,65	1364,65

Решение:

1) Вычисляют дирекционные углы двух исходных сторон (решение ОГЗ)

$$\alpha_{12} = \arctan\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \arctan\frac{1632.79 - 1758.00}{1788.24 - 1850.30} = \arctan\frac{-125.21}{-62.06} = 63^\circ 38'05'' + 180^\circ = 243^\circ 38'05''$$

$$\alpha_{67} = \arctan\frac{y_7 - y_6}{x_7 - x_6} = \arctan\frac{1364.65 - 1299.43}{1230.65 - 1377.20} = \arctan\frac{65.22}{-146.65} = -23^\circ 59'27'' + 180^\circ = 156^\circ 00'33''$$

2) Вычисляем сумму измеренных горизонтальных углов и их теоретическую сумму

$$\sum \beta_{изм} = 812^\circ 22'$$
$$\sum \beta_{теор} = \alpha_{кон.} - \alpha_{нач.} + \mathrm{n} \cdot 180^\circ = 812^\circ 22'28''$$

Невязка составляет $\Delta\beta = 28''$

Следовательно, в каждый угол необходимо добавить поправку, равную $\frac{\Delta\beta}{5} = \frac{28''}{5} = 5.6''$

3) Для упрощения расчетов добавляем в углы при точках 2, 4 и 6 по 6”, а в углы при точках 3 и 5 по 5” и записываем результат вычислений в таблицу

точка	угол измеренный			поправка	угол исправленный		
	град	мин		сек	град	мин	сек
1							
2	148	40	0	6	148	40	6
3	148	35	0	5	148	35	5
4	258	40	0	6	258	40	6
5	121	37	0	5	121	37	5
6	134	50	0	6	134	50	6
7							
Σ изм	812	22	0		812	22	28

5,4”

Σ теор	812	22	28

4) Выполняем передачу дирекционного угла от исходной стороны последующей по ходу по формуле:

$$\alpha_{23} = \alpha_{12} + \beta_2 - 180^\circ$$

$$\alpha_{23} = \alpha_{12} + \beta_2 - 180^\circ = 212^\circ 18' 11''$$
$$\alpha_{34} = \alpha_{23} + \beta_3 - 180^\circ = 180^\circ 53' 16''$$
$$\alpha_{45} = \alpha_{34} + \beta_4 - 180^\circ = 259^\circ 33' 22''$$
$$\alpha_{56} = \alpha_{45} + \beta_5 - 180^\circ = 201^\circ 10' 27''$$
$$\alpha_{67} = \alpha_{56} + \beta_6 - 180^\circ = 156^\circ 00' 33''$$

Контроль: $\alpha_{67} = \arctan\dfrac{y_7 - y_6}{x_7 - x_6} = 156^\circ 00' 33''$

5) Вычисляем приращения координат и записываем их :

$$\Delta x_{23} = d_{23} \cdot \cos\alpha_{23} = -120.87$$
$$\Delta y_{23} = d_{23} \cdot \sin\alpha_{23} = -76.41$$

и т.д.

приращения вычисленные (м)			
Δx	поправка	Δy	поправка
-120,87	0,04	-76,41	-0,01
-118,79	0,04	-1,83	0,00
-37,47	0,07	-203,17	-0,01
-134,10	0,04	-51,92	-0,01
fx		fy	
-0,19	0,19	0,03	-0,03

f abs = 0,1924 м

f отн = 1 /3000

6) Вычисляем теоретические приращения координат: $\Delta x_{теор} = x_6 - x_2 = -411.04$, $\Delta y_{теор} = y_6 - y_2 = -333.36$

7) Вычисляем невязку: $f_x = \sum \Delta x - \Delta x_{теор} = -0.19$, $f_y = \sum \Delta y - \Delta y_{теор} = 0.03$ (м)

Абсолютная невязка: $f_{абс} = 0{,}1924$ (м)

Относительная погрешность: $f_{отн} = \frac{1}{3180} < \frac{1}{2000}$ - требования по точности выполняются.

8) Распределяем невязки и вычисляем исправленные приращения координат. Результаты записываем в таблицу.

точка	приращения исправленные (м)		координаты точек	
	Δx	Δy	x	y
1			1850,30	1758,00
2	-120,83	-76,42	1788,24	1632,79
3	-118,75	-1,83	1667,41	1556,37
4	-37,40	-203,18	1548,66	1554,54
5	-134,06	-51,93	1511,26	1351,36
6			1377,20	1299,43
7	0,00	0,00	1230,65	1364,65

Контроль: совпадение вычисленных координат точки 6 с исходными координатами.

Задания для самостоятельного решения

Задание 3. Определить координаты точек планового обоснования, проложенного в виде замкнутого теодолитного хода. Исходные данные измерений даны в таблице.

точка	угол измеренный		поправка	угол исправленный		дирекционный угол		длины сторон	приращения вычисленные				приращения исправленные		координаты точек	
	град	мин	мин	град	мин	град	мин		dx	поправка	dy	поправка	dx	dy	x	y
1	104	9														
						248	7	29,80								
2	102	55														
								43,90								
3	92	52														
								39,52								
4	125	57														
								16,10								
5	114	5														
								45,00								
1	104	9														

Задание 4. Определить координаты точек планового обоснования, проложенного в виде разомкнутого теодолитного хода. Исходные данные измерений даны в таблице.

точка	угол измеренны		попр.	угол исправленный			дирекционный угол			длины сторон	приращения вычисленные				приращения исправленные		координаты точек	
	град	мин	сек	град	мин	сек	град	мин	сек		dx	поправ.	dy	поправ.	dx	dy	x	y
1																	1850,30	1758,00
2	148	40															1788,24	1632,79
										143,00								
3	148	35																
										118,80								
4	258	40																
										206,60								
5	121	37																
										143,80								
6	134	50															1377,20	1299,43
7																	1230,65	1364,65