Решение задач прикладного характера

План работы:

1. *Откройте тетради, запишите дату и тему.*
2. *Решите задания для самостоятельного решения.*
3. *Сфотографируйте или отсканируйте решенные задания и вышлите.*

Задания для самостоятельного решения

Пример. Зависимость между издержками производства y и объемом выпускаемой продукции x выражается функцией $y(x) = 50x - 0{,}05x^3$ (ден. ед.). Определите средние и предельные издержки при объеме продукции 10 ед.

Решение. Функция предельных издержек выражается производной $y'(x) = 50 - 0{,}15x^2$; при $x = 10$ предельные издержки составят $y'(x) = 50 - 0{,}15*102=35$ (ден. ед.)

Функция средних издержек (на единицу продукции) выражается отношением $y_{ср} = \frac{y}{x} = 50 - 0{,}05x^2$, при $x = 10$ средние издержки (на единицу продукции) равны $y_{ср}=50-0{,}05*102 = 45$ (ден. ед.).

Ответ. Итак, если средние издержки на производство единицы продукта составляют 45 ден. ед., то предельные издержки, т. е. дополнительные затраты на производство дополнительной единицы продукции при данном уровне производства (объеме выпускаемой продукции 10 ед.), составляют 35 ден. ед.

Пример. Задана функция предельных издержек $f(x)= 2x^2 - 2x + 90$. Найти функцию издержек $F = F(x)$ и вычислить издержки на изготовление 15 ед. товара.

Решение. При помощи интегрирования находим издержки на изготовления 15 ед. товара

$$\int_0^{15} (2x^2 - 2x + 90)dx = \left(\frac{2}{3}x^3 - x^2 + 90x\right)\Big|_0^{15} = 3375(y.e.)$$

.

Функция издержек здесь $F(x) = \frac{2}{3}x^3 - x^2 + 90x + C.$

Пример. В некоторой отрасли m заводов выпускают n видов продукции. Матрица A_{m*n} задает объемы продукции на каждом заводе в первом квартале, матрица B_{m*n} – соответственно во втором; (a_{ij}, b_{ij}) объемы продукции j – го типа на i – м заводе в 1 – м и 2 – м кварталах соответственно:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 7 \\ 1 & 2 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}; \qquad B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 2 & 4 & 1 \\ 4 & 3 & 2 \\ 5 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

Найти:

а) объемы продукций;

б) прирост объёмов производства во втором квартале по сравнению с первым по видам продукции и заводам;

Решение.

а) Объемы продукции за полугодие определяется суммой матриц A и B, т. е.

$$C = A + B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 7 \\ 1 & 2 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 2 & 4 & 1 \\ 4 & 3 & 2 \\ 5 & 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 9 \\ 3 & 6 & 3 \\ 8 & 4 & 7 \\ 7 & 3 & 7 \end{pmatrix},$$ где $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$ – объем продукции j – го типа, произведенный за полугодие на i – м заводом.

б) Прирост во втором квартале по сравнению с первым определяется разность матриц:

$$D = B - A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & -5 \\ 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -3 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Отрицательные элементы d_{ij} показывают, что на данном заводе i объем производства j – го продукта уменьшился; положительные d_{ij} - увеличился; нулевые d_{ij} – не изменился.

Задания для самостоятельного решения

1. Вычислить производительность труда во время первых 4 часов работы, если объем продукции y в течение рабочего дня представлен функцией $y = -t^3 + 10t^2 + 40t - 16$, t- время, ч.

2. Зависимость между издержками производства y и объемом выпускаемой продукции x на предприятии выражается функцией $y = 100x - 0{,}25x^3$. Определить средние и предельные издержки при объеме продукции 10 ед.

3. Задана функция предельных издержек $f(x)= 3x^2 + 2x + 30$. Найти функцию издержек F = F(x) и вычислить издержки на изготовление 11 ед. товара.

4. В некоторой отрасли m заводов выпускают n видов продукции. Матрица A_{m*n} задает объемы продукции на каждом заводе в первом квартале, матрица B_{m*n} – соответственно во втором; (a_{ij}, b_{ij}) объемы продукции j – го типа на i – м заводе в 1 – м и 2 – м кварталах соответственно: $A = \begin{pmatrix} 5 & 8 & 2 \\ 2 & 6 & 3 \\ 6 & 8 & 5 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 8 & 9 & 2 \\ 2 & 7 & 1 \\ 3 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 4 \end{pmatrix}$.

Найти:

а) объемы продукций;

б) прирост объёмов производства во втором квартале по сравнению с первым по видам продукции и заводам.