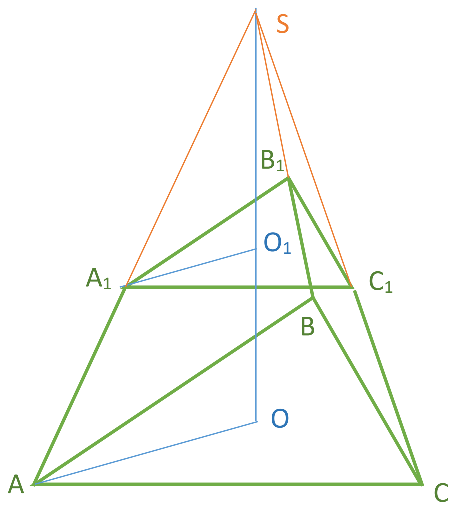
В правильной срезанной треугольной пирамиде площади большей и меньшей основ равняются $75\sqrt{3}$ и $12\sqrt{3}$ соответственно, а высота полной пирамиды, из которой образовано усеченную, равняется 6 2/3. Найдите объем этой срезанной пирамиды.



Дано:

$S_{ABC} = 75\sqrt{3}$

$S_{A_1B_1C_1} = 12\sqrt{3}$

$SO = 6\frac{2}{3} = \frac{20}{3}$

Найти: V

Решение. Треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ подобны. Согласно свойству подобных треугольников, отношение площадей подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия

$$\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = k^2$$

$$k = \sqrt{\frac{75\sqrt{3}}{12\sqrt{3}}} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2}$$

Треугольники ASO и A_1SO_1 подобны. Следовательно

$$\frac{SO}{SO_1} = k$$

$$SO_1 = \frac{SO}{k} = \frac{20}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{8}{3}$$

$$OO_1 = SO - SO_1 = \frac{20}{3} - \frac{8}{3} = 4$$

Вычисляем по формуле объема

$$V = \frac{1}{3} \cdot OO_1 \cdot \left(S_{ABC} + S_{A_1B_1C_1} + \sqrt{S_{ABC} \cdot S_{A_1B_1C_1}}\right) = \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot \left(75\sqrt{3} + 12\sqrt{3} + \sqrt{75\sqrt{3} \cdot 12\sqrt{3}}\right) =$$

$$= \frac{4}{3}\left(87\sqrt{3} + 30\sqrt{3}\right) = \frac{4 \cdot 117\sqrt{3}}{3} = 156\sqrt{3}$$

Ответ: $156\sqrt{3}$ куб. ед.