Самостоятельная работа

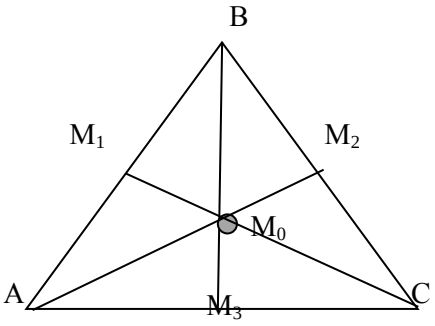
Треугольник АВС задан в прямоугольной системе координат пространства. Найдите:

1. Координаты векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{CB}$ и $\overrightarrow{CA}$ и их скалярное произведение
2. Периметр треугольника АВС;
3. Косинусы всех углов треугольника;
4. Координаты середин сторон треугольника;

№ варианта	Координаты точки **A**			Координаты точки **B**			Координаты точки **C**		
	x	***y***	***z***	***x***	***y***	***z***	***x***	***y***	***z***
1	-1	-3	1	2	4	4	6	-1	4
2	4	1	-4	2	-2	3	1	3	-2
3	-2	1	4	0	2	-4	3	1	-1
4	-1	2	-2	3	1	1	-1	0	1
5	-1	3	-1	1	-2	3	0	3	-3
6	-3	-1	-1	0	-1	-1	2	1	1
7	4	1	-3	-3	2	0	-2	0	-4
8	-2	-3	4	1	-3	2	2	0	3
9	-2	-2	-2	1	1	-2	-3	0	3
10	3	-1	-2	1	2	2	1	1	-2
11	3	2	3	-1	3	-3	-4	0	-2
12	1	-2	3	7	2	-2	2	3	2
13	-4	-2	3	0	-3	1	3	-1	4
14	1	4	-4	1	-1	-1	4	-1	-1
15	3	2	1	3	-2	1	2	1	-2
16	-1	3	3	-1	-3	-3	3	-3	-3
17	0	-1	-1	0	1	1	-1	1	1
18	2	3	0	2	1	-4	3	-4	1
19	-2	-4	2	-2	2	3	-4	3	2
20	2	1	-2	2	3	3	1	3	3
21	-3	-3	2	-3	-1	-2	-3	-2	-1
22	1	2	-3	1	1	-2	2	-2	1
23	-3	-3	-1	-2	3	-1	3	-2	3
24	-4	-2	1	-4	-3	4	-2	4	-3
25	3	2	8	-3	2	3	-1	-2	1

Пример.

Задача. Дано. АВС – треугольник, А(2;-3;0), В(4;3;6), С(0;-1;-2).
Найти:



1. координаты всех векторов
2. периметр треугольника АВС
3. косинус всех углов треугольника;
4. координаты середин всех сторон треугольника;
5. координаты центра тяжести треугольника АВС.

Решение.

1. По формуле $\overrightarrow{AB}\ (x_B - x_A;\ y_B - y_A;\ z_B - z_A)$ = (4-2; 3-(-3); 6-0).получили

   $\overrightarrow{AB}$ (2; 6; 6), $\overrightarrow{BA}$ (-2; -6; -6)

   Аналогично. $\overrightarrow{BC}$ (-4; -4; -8) $\overrightarrow{CB}$ (4; 4; 8)

$\overrightarrow{AC}$ (-2; 2; -2) $\overrightarrow{CA}$ (2; -2; 2)

$\overrightarrow{AB} * \overrightarrow{AC}$=2*(-2)+6*2+6*(-2)=-4+12-12=-4

$\overrightarrow{CB} * \overrightarrow{CA}$ =4*2+4*(-2)+8*2=8-8+16=16

2. **Периметр Δ ABC – есть сумма длин сторон этого треугольника.**

По формуле $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{x_{\overrightarrow{AB}}{}^2 + y_{\overrightarrow{AB}}{}^2 + z_{\overrightarrow{AB}}{}^2}$; получаем $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{2^2 + 6^2 + 6^2} = \sqrt{76} = \mathbf{8,7}$

Аналогично $|\overrightarrow{BC}| = \sqrt{(-4)^2 + (-4)^2 + (-8)^2}$ = **9,8**; $|\overrightarrow{AC}| = \sqrt{(-2)^2 + 2^2 + (-2)^2}$ = **3,5**

$\mathbf{P_{\Delta ABC}} = |\overrightarrow{AB}| + |\overrightarrow{BC}| + |\overrightarrow{AC}|$ = 8,7 + 9,8 + 3,5 = **22 (ед.)**

3. $\angle B$ находится между векторами BA и BC; $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = x_{\overrightarrow{BA}} \cdot x_{\overrightarrow{BC}} + y_{\overrightarrow{BA}} \cdot y_{\overrightarrow{BC}} + z_{\overrightarrow{BA}} \cdot z_{\overrightarrow{BC}}$

$\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$ = (-2) · (-4) + (-6) · (-4) + (-6) · (-8) = **80**;

$\angle A$ находится между векторами AB и AC; $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = x_{\overrightarrow{AB}} \cdot x_{\overrightarrow{AC}} + y_{\overrightarrow{AC}} \cdot y_{\overrightarrow{AC}} + z_{\overrightarrow{BA}} \cdot z_{\overrightarrow{AC}}$

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ = 2· (-2) + 6 ·2 + 6· (-2) = **- 4;**

$\angle C$ находится между векторами CA и CB; $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = x_{\overrightarrow{CA}} \cdot x_{\overrightarrow{CB}} + y_{\overrightarrow{CA}} \cdot y_{\overrightarrow{CB}} + z_{\overrightarrow{CA}} \cdot z_{\overrightarrow{CB}}$

$\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$ = 2· 4 + 4· (-2) + 6· 2 = **16**;

Найдём значение cos $\angle B$ по формуле **cos ∠B=** $\frac{\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{BA}| \cdot |\overrightarrow{BC}|}$ = $\frac{80}{8,7 \cdot 9,8}$ **= 0,9;**

Аналогично найдём **cos** ∠A = $\frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|}$ = $\frac{-4}{8,7 \cdot 3,5}$ = **- 0,13;** **cos** $\angle C$ = $\frac{\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}}{|\overrightarrow{CA}| \cdot |\overrightarrow{CB}|}$ $\frac{16}{3,5 \cdot 9,8}$ **= 0,47;**

4. Координаты середин сторон находим по формулам $M_3\left(\frac{x_A+x_C}{2}; \frac{y_A+y_C}{2}; \frac{z_A+z_C}{2}\right)$;

Координаты середины стороны AB найдём по формулам $M_1\left(\frac{2+0}{2}; \frac{-3+(-1)}{2}; \frac{0+(-2)}{2}\right)$;

Середина стороны AB – M_1 $(\frac{2+4}{2}; \frac{-3+3}{2}; \frac{0+6}{2})$ = (3; 0; 3); **M_1 (3; 0; 3)**

Середина стороны BC – M_2 $(\frac{4+0}{2}; \frac{3+(-1)}{2}; \frac{6+(-2)}{2})$ = (2; 1; 2); **M_2 (2; 1; 2);**

Середина стороны AC – M_3 $\left(\frac{2+0}{2}; \frac{-3+(-1)}{2}; \frac{0+(-2)}{2}\right)$ = (1; -2; -1); **M_3 (1; -2; -1)**