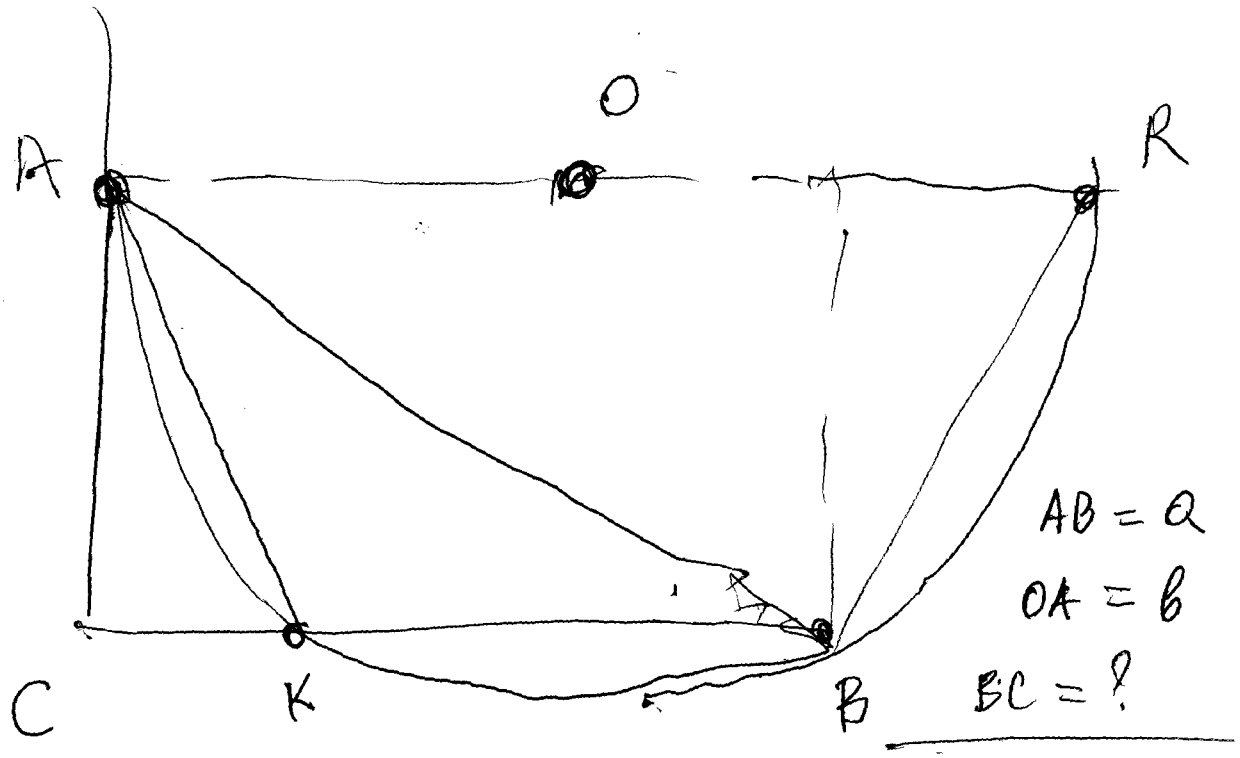

Заметим, что $OA \perp AC$ так как AC - касательная $\Rightarrow AO \parallel CB$. Достроим AO до пересечения с окружностью в точке R. Тогда $RBKA$ - равнобедренная трапеция (всякая трапеция, вписанная в окружность - равнобедренная).

(1) $CK \cdot CB = AC^2$ - по свойству секущей и касательной

(2) $AC^2 + CB^2 = a^2$ - по т. Пифагора $AC^2 = a^2 - CB^2$

$\Rightarrow CK \cdot CB = a^2 - CB^2$ (3)

$CK = (AR - KB) : 2$ (т.к. $ARBK$ - равнобед. трапеция)

Но $KB = CB - CK \Rightarrow CK = (2b - CB + CK) : 2$

$\Rightarrow CK = 2b - CB$ (4) Обозначим $CB = x$

Переписываем (3), подставив вместо CK (4)

$(2b - x) \cdot x = a^2 - x^2 \Leftrightarrow 2bx - x^2 = a^2 - x^2$

$\Leftrightarrow x = \frac{a^2}{2b}$