

Решить систему.

$$\begin{cases} 2x^2 - 3xy + 2y^2 = 4 \\ 2x^2 + 3y^2 = 14 \end{cases} \quad [1]$$

Из 2-го уравнения выражаем  $x$  через  $y$  и попутно  $2x^2$ .

$$2x^2 = 14 - 3y^2 \quad [2]$$

$$x^2 = (14 - 3y^2)/2 = 7 - (3/2)y^2$$

$$x = \sqrt{7 - (3/2)y^2} \quad [3]$$

Подставляем выражения [2] и [3] в 1-е уравнение из [1].

$$14 - 3y^2 - 3y(\sqrt{7 - (3/2)y^2}) + 2y^2 = 4$$

Переносим все в левую часть и приводим подобные

$$y^2 + 3y(\sqrt{7 - (3/2)y^2}) - 10 = 0 \quad [4]$$

Ну «нехорошо» смотрится с корнем. Можно сразу возвести в квадрат обе части, тогда выходим на уравнение 4-й степени. Есть однако мысль ввести сначала новую переменную.

$$t = y^2 \quad [5]$$

Тогда

$$y = \sqrt{t} \quad [6]$$

Подставим [5] [6] в [4].

$$t + 3\sqrt{t} * \sqrt{7 - (3/2)t} - 10 = 0$$

Далее так

$$3\sqrt{t} * \sqrt{7 - (3/2)t} = 10 - t \quad [7]$$

Замечаем, что в [7] должно быть

$$10 - t \geq 0 \quad [7a]$$

Возводим обе части [7] в квадрат.

$$9t * (7 - (3/2)t) = (10 - t)^2 \quad [8]$$

$$63t - (27/2)t^2 = 100 - 20t + t^2 \quad [9]$$

Домножим обе части [9] на 2 и приведем подобные.

$$126t - 27t^2 = 200 - 40t + 2t^2$$

$$29t^2 - 166t + 200 = 0$$

Ищем корни полученного квадратного уравнения.

$$D = 166^2 - 4 * 29 * 200 = 4356$$

$$t_{1,2} = \frac{166 \pm 66}{58}$$

$$t_1 = \frac{100}{58} = \frac{50}{29} \quad [10]$$

$$t_2 = \frac{232}{58} = 4$$

Проверим условие [7а]

$$10 - t_1 = 10 - \frac{50}{29} = \frac{290 - 50}{29} = \frac{240}{29} > 0 \quad ok$$

$$10 - t_2 = 10 - 4 = 6 > 0 \quad ok$$

Возвращаемся к **y**.

$$y_1 = \sqrt{t_1} = \sqrt{\frac{50}{29}} = \sqrt{\frac{100}{58}} = \frac{10}{\sqrt{58}} \quad [11]$$

$$y_2 = \sqrt{t_2} = \sqrt{4} = 2 \quad [12]$$

Находим теперь соответствующие **x**. В [3] подставляем **y**<sub>1</sub>, **y**<sub>2</sub>.

$$x_{1,2} = \pm \sqrt{7 - (3/2)y_1^2} = \pm \sqrt{7 - (3/2) * (50/29)} = \pm \sqrt{\frac{128}{29}} = \pm 8 \sqrt{\frac{2}{29}}$$

$$x_{3,4} = \pm \sqrt{7 - (3/2)y_2^2} = \pm \sqrt{7 - (3/2) * 4} = \pm \sqrt{7 - 3 * 2} = \pm 1$$