

1. Т.к. точки C и M принадлежат сечению и грани $ABCD$, то сечение пересекает грань $ABCD$ по прямой CM .

3. Грани AA_1D_1D и BB_1C_1C параллельны, и т.к. сечение пересекает грань AA_1D_1D по прямой, параллельной DA_1 , то и грань BB_1C_1C оно пересекает по прямой, параллельной DA_1 . Точка C принадлежит грани BB_1C_1C и сечению, значит линия пересечения грани BB_1C_1C с сечением проходит через точку C , и т.к. она параллельна DA_1 , то это диагональ CB_1 грани BB_1C_1C .

$MN \parallel DA_1$ и $CB_1 \parallel DA_1 \Rightarrow MN \parallel CB_1$. $CB_1 = DA_1 = a\sqrt{2}$ (как диагонали квадратов со стороной a). MN – средняя линия треугольника DA_1A , поэтому $MN = \frac{DA_1}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ и

MN – высоты этой трапеции. $NPHM$ – прямоугольник, $PH = MN = \frac{a\sqrt{2}}{2}$,

$$NB_1^2 = NA_1^2 + A_1B_1^2 = \frac{a^2}{4} + a^2 = \frac{5a^2}{4}; NP^2 + PB_1^2 = NB_1^2, NP^2 = NB_1^2 - PB_1^2;$$
$$S_{CMNB_1} = \frac{1}{2}(CB_1 + MN) \cdot NP = \frac{1}{2} \left(a\sqrt{2} + \frac{a\sqrt{2}}{2} \right) \cdot \frac{3a\sqrt{2}}{4} = \frac{9a^2}{8}.$$