

Массивное тело падает с высоты Н, попадает на пружину.

Пружина при нормальных условиях сжалась бы на величину h

$$mg = kh$$

но в данном случае за счет потенциальной энергии тела она сжалась в 3 раза больше

$$mg(H + 3h) = \frac{k}{2}(3h)^2 \Rightarrow$$

$$kh(H + 3h) = \frac{k}{2}(3h)^2 \Rightarrow$$

$$H = \frac{3}{2}h$$

тело при падении с высоты Н и потратило время t_1 и сместилось по горизонтали на расстояние S_0

$$H = \frac{gt_1^2}{2} \Rightarrow$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{2H}{g}} = \sqrt{\frac{3h}{g}} = \sqrt{3} * \sqrt{\frac{h}{g}}$$

$$v_0 = \frac{S_0}{t_1} = \frac{S_0}{\sqrt{3}} * \sqrt{\frac{g}{h}} - \text{горизонтальная скорость тела до момента удара с полом}$$

$$y(0 < t < t_1) = H - \frac{gt^2}{2} - \text{уравнение движения груза по вертикали до столкновения с полом}$$

$$y(t_1 < t < t_1 + \Delta t) = -h - 2h * \sin(\omega(t - t_1) + \phi) - \text{уравнение движения груза по вертикали от момента столкновения с полом до момента отскока}$$

$$y((t - t_1) = 0) = -h - 2h * \sin(0 + \phi) = -h - 2h * \sin(\phi) = 0 \Rightarrow$$

$$\phi = -\frac{\pi}{6} \Rightarrow$$

$$y(0 < t - t_1 < \Delta t) = -h - 2h * \sin\left(\omega(t - t_1) - \frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow$$

$$y((t - t_1) = \Delta t) = -h - 2h * \sin\left(\omega(t - t_1) - \frac{\pi}{6}\right) = -h - 2h * \sin\left(\omega\Delta t - \frac{\pi}{6}\right) = 0 \Rightarrow$$

$$\omega\Delta t - \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6} \Rightarrow$$

$$\omega\Delta t = \frac{8\pi}{6} = \frac{4\pi}{3} \Rightarrow$$

$$\Delta t = \frac{4\pi}{3\omega} = \frac{4\pi}{3\sqrt{\frac{k}{m}}} = \frac{4\pi}{3\sqrt{\frac{g}{h}}} = \frac{4\pi}{3} \sqrt{\frac{h}{g}}$$

Движение груза на пружине описывается участком синусоиды, а далее идет подскок

*****лирическое отступление*****

теперь сделаю предположение чтобы подогнать ответ и решить «на пальцах»,

оно (предположение) верно для равнозамедленного движения

"если известна начальная скорость и время торможения до полной остановки то пройденный путь ПРИ РАВНОЗАМЕДЛЕННОМ ДВИЖЕНИИ равен половине их произведения"

(это площадь треугольника на графике зависимости скорости от времени при равнозамедленном движении)

$$S = \frac{\Delta t * v_0}{2} = \left(\frac{4\pi}{3} \sqrt{\frac{h}{g}}\right) * \left(\frac{S_0}{\sqrt{3}} * \sqrt{\frac{g}{h}}\right) * \frac{1}{2} = \frac{4\pi}{3} * \frac{S_0}{\sqrt{3}} * \frac{1}{2} = \frac{2\pi}{3} * \frac{S_0}{\sqrt{3}} = \frac{2\pi}{3} * \frac{43}{\sqrt{3}} \text{ см} = 51,9955817747 \text{ см} \sim 52 \text{ см}$$

- это ответ полученный «на пальцах»

*****теперь вернемся к вычислению перемещения груза по-честному*****

Нам известно уравнение движения по вертикали а значит и Вес а значит и сила трения и отрицательное ускорение по горизонтали.

Для удобства вычислений сместим временную ось. Пусть сжатие пружины происходит с момента

$$\text{времени } t=0 \text{ и длится до времени } t = \Delta t = \frac{4\pi}{3w} = \frac{4\pi}{3} \sqrt{\frac{h}{g}}$$

$$y(0 < t < \Delta t) = -h - 2h * \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right) = -h * \left(1 + 2 * \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right)\right); t \in \left[0; \frac{4\pi}{3w}\right]$$

$$F_{mp} = -(k * y) * \mu = k * h * \mu * \left(1 + 2 * \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right)\right)$$

$$v(t) = v_0 - \int_0^t \frac{F}{m} d\tau = v_0 - \frac{k * h * \mu}{m} \int_0^t \left(1 + 2 * \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right)\right) dt = \left\{ \text{нужно } \frac{k * h * \mu}{m} = A \right\}$$

$$= v_0 - A * \int_0^t \left(1 + 2 * \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right)\right) dt = v_0 - A * \left(t - \frac{2}{\omega} * \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right)\right)_0^t$$

$$= v_0 - A * \left(t - \frac{2}{\omega} * \left(\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right) - \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right)\right) =$$

$$= v_0 - A * \left(t + \frac{1}{\omega} * \left(\sqrt{3} - 2 * \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right)\right)\right)$$

В момент времени $t = \Delta t = \frac{4\pi}{3w} = \frac{4\pi}{3} \sqrt{\frac{h}{g}}$ скорость по горизонтали равна нулю и груз совершает

вертикальный подскок

$$v_1 = v\left(t = \frac{4\pi}{3w}\right) = v_0 - A * \left(\frac{4\pi}{3w} + \frac{1}{\omega} * \left(\sqrt{3} - 2 * \cos\left(\frac{4\pi}{3w} - \frac{\pi}{6}\right)\right)\right) =$$

$$= v_0 - A * \left(\frac{4\pi}{3w} + \frac{1}{\omega} * (\sqrt{3} + \sqrt{3})\right) =$$

$$= v_0 - \frac{A}{\omega} * \left(\frac{4\pi}{3} + 2\sqrt{3}\right) = 0; \Rightarrow A = \frac{v_0 * \omega}{\frac{4\pi}{3} + 2\sqrt{3}}$$

$$v = v_0 - \frac{v_0}{\frac{4\pi}{3} + 2\sqrt{3}} * \left(\omega t + \sqrt{3} - 2 * \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right)\right) = B - C * t + D \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right)$$

$$\text{где } B = v_0 * \left(\frac{\frac{4\pi}{3} + \sqrt{3}}{\frac{4\pi}{3} + 2\sqrt{3}}\right); C = \frac{v_0 * \omega}{\frac{4\pi}{3} + 2\sqrt{3}}; D = \frac{2 * v_0}{\frac{4\pi}{3} + 2\sqrt{3}}$$

$$S = \int_0^{\frac{4\pi}{3w}} v dt = v_0 \int_0^{\frac{4\pi}{3w}} \left(B - Ct + D \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right)\right) dt = \left(Bt - \frac{C * t^2}{2} + \frac{D}{\omega} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right)\right)_0^{\frac{4\pi}{3w}} =$$

$$= B * \frac{4\pi}{3w} - \frac{C}{2} * \left(\frac{4\pi}{3w}\right)^2 = v_0 * \left(\frac{\frac{4\pi}{3} + \sqrt{3}}{\frac{4\pi}{3} + 2\sqrt{3}}\right) * \frac{4\pi}{3w} - \frac{v_0}{\frac{4\pi}{3} + 2\sqrt{3}} * \frac{8\pi^2}{9w} =$$

$$= \frac{v_0}{w} * \frac{4\pi}{3} * \frac{\frac{2\pi}{3} + \sqrt{3}}{\frac{4\pi}{3} + 2\sqrt{3}} = \frac{v_0}{w} * \frac{2\pi}{3} = \frac{S_0}{t_1 w} * \frac{2\pi}{3} = \frac{S_0}{\sqrt{\frac{3h}{g}} \sqrt{g}} * \frac{2\pi}{3} = \frac{S_0}{\sqrt{3}} * \frac{2\pi}{3}$$

$$S = \frac{S_0}{\sqrt{3}} * \frac{2\pi}{3} = \frac{43}{\sqrt{3}} * \frac{2\pi}{3} \text{ см} = 51,9955817747 \text{ см} \sim 52 \text{ с} - \text{ответ совпал})))$$