# Функция $y=\frac{x^{2}-3x+3}{x-1}$



Таблица точек

|  |  |
| --- | --- |
| **x** | **y** |
| -1.0 | -3.5 |
| -0.8 | -3.4 |
| -0.6 | -3.2 |
| -0.4 | -3.1 |
| -0.2 | -3 |
| 0 | -3 |
| 0.2 | -3 |
| 0.4 | -3.3 |
| 0.6 | -3.9 |
| 0.8 | -6.2 |

|  |  |
| --- | --- |
| 1.0 | - |
| 1.2 | 4.2 |
| 1.4 | 1.9 |
| 1.6 | 1.3 |
| 1.8 | 1.1 |
| 2.0 | 1 |
| 2.2 | 1 |
| 2.4 | 1.1 |
| 2.6 | 1.2 |
| 2.8 | 1.4 |
| 3.0 | 1.5 |

1. Область определения функции - вся числовая ось: D(f) = R, x ≠ 1.

Так как переменная в знаменателе дроби, то функция имеет разрыв при х = 1.

2. Функция *f* (*x*) = (*x*2*-3x+3)*/(*x-1*) непрерывна на всей области определения, кроме

точки, в которой функция точно не определена (разрыв функции): х = 1.

Область значений функции (между минимумом и максимумом) приведена в пункте 6.

3. Точка пересечения графика функции с осью координат Оу:

График пересекает ось Оу, когда x равняется 0: подставляем x=0 в (*x*2*-3x+3)*/(*x-1*).

у = (02-3\*0+3)/(0-1) = -3.

Результат: кривая пересекает ось Оу в точке (0; -3).

4. Точки пересечения графика функции с осью координат Ох:

График функции пересекает ось Ох при y=0, значит, нам надо решить уравнение:

(*x*2*-3x+3)*/(*x-1*) = 0.

Если х не равен 1, то можно приравнять нулю только числитель: *x*2*-3x+3* = 0.

Решаем это уравнение и его корни будут точками пересечения с Ох:

D = 9 – 4\*3 = -3. Уравнение корней не имеет. График функции не пересекает ось Ох.

5. Экстремумы функции:

Для того, чтобы найти экстремумы, нужно решить уравнение y'=0 (производная равна нулю), и корни этого уравнения будут экстремумами данной функции:

y'((*x*2*-3x+3)*/(*x-1))* = ((2*x-*3)\* 1-1\**( x*2 -3*x*+3))/(*x-1)*2 = (*x*2 -2*х*)/((*x-1)*2)

y' = *х* (*х*-2)/((*x-1)*2) = 0

Решаем это уравнение и его корни будут экстремумами (достаточно нулю приравнять числитель): *x*2 -2*х* = 0

*х(х – 2)* = 0,

*x* = 0 и *x* = 2.

6. Интервалы возрастания и убывания функции:

Имеем 3 интервала монотонности функции: (-∞; 0), (0; 2), (2; ∞).

На промежутках находим знаки производной. Где производная положительна - функция возрастает, где отрицательна - там убывает. Точки, в которых происходит смена знака и есть точки экстремума - где производная с плюса меняется на минус - точка максимума, а где с минуса на плюс - точки минимума.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x = | -1 | 0 | 0,5 | 1 | 1,5 | 2 | 3 |
| y' = | 0,75 | 0 | -3 | - | 3 | 0 | 0,75 |

* Минимум функции в точке х = 0 равен -3.
* Максимум функции в точке х = 2 равен 1.
* Возрастает на промежутках: (-∞; 0) U (2; ∞).
* Убывает на промежутках: (0; 1) U (1; 2).
* Область значений функции: (-∞; -3] U [1; +∞).

7. Точки перегибов графика функции:

Найдем точки перегибов для функции, для этого надо решить уравнение y''= 0 (вторая производная равняется нулю), корни полученного уравнения будут точками перегибов указанного графика функции:

y''((*x*2*-x+1)*/(*x-1))*= 2/((*x-1)*3) = 0

Данная функция не может быть равна нулю, поэтому перегибов у функции нет.

8. Асимптоты.

Вертикальная асимптота – это прямая х =1, определённая в пункте 1.

Горизонтальные асимптоты графика функции:

Горизонтальную асимптоту найдем с помощью предела данной функции при x->+∞ и x->-∞. Соотвествующие пределы находим:

* lim ((*x*2*-3x+3)*/(*x-1))*, x->+∞ = ∞, значит, горизонтальной асимптоты справа не существует.
* lim ((*x*2*-3x+3)*/(*x-1))*, x->-∞ = -∞, значит, горизонтальной асимптоты слева не существует.

Наклонные асимптоты графика функции:

Наклонную асимптоту можно найти, подсчитав предел данной функции, деленной на x при 

Находим коэффициент k:



$$k=\lim\_{x\to \infty }\frac{x^{2}-3x+3}{\left(x-1\right)x}=\lim\_{x\to \infty }\frac{x^{2}-3x+3}{x^{2}-x}=\frac{\frac{x^{2}}{x^{2}}-\frac{3x}{x^{2}}+\frac{3}{x^{2}}}{\frac{x^{2}}{x^{2}}-\frac{x}{x^{2}}}=\frac{1-0+0}{1-0}=1.$$

Находим коэффициент b:


$$b=\lim\_{x\to \infty }\frac{x^{2}-3x+3}{x-1}-1\*x=\lim\_{x\to \infty }\frac{x^{2}-3x+3-x^{2}+x}{x-1}=\frac{-2x+3}{x-1}=\frac{\frac{-2x}{x}+\frac{3}{x}}{\frac{x}{x}-\frac{1}{x}}=\frac{-2+0}{1-0}=-2. $$

Получаем уравнение наклонной асимптоты: y = x – 2.

8. Четность и нечетность функции:

Проверим функцию - четна или нечетна с помощью соотношений f(x)=f(-x) и f(x)=-f(x). Итак, проверяем:

$$f\left(-x\right)=\frac{x^{2}+3x+3}{-x-1}=-\frac{-x^{2}-3x-3}{x+1}\ne f\left(x\right)\ne -f\left(x\right).$$

3начит, функция не является ни чётной, ни нечётной.