

Середній рівень

Задача №1

Ні, не є, бо різниця між будь-яким членом і попереднім має бути сталою.
Проте в нашому випадку:

$$a_3 - a_2 \neq a_4 - a_3$$

$$10 - 6 \neq 15 - 10$$

$$4 \neq 5$$

Задача №2

Член b_n геометричної прогресії обчислюється за формулою $b_n = b_1 q^{n-1}$,
а сума — за формулою $S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$.

$$\text{Знайдемо } b_7 = b_1 q^6 = \frac{3}{2} \cdot 2^6 = 96.$$

Знайдемо суму:

$$S_6 = \frac{b_1(q^6 - 1)}{q - 1} = \frac{\frac{3}{2}(2^6 - 1)}{2 - 1} = \frac{3}{2}(64 - 1) = \frac{189}{2}.$$

Достатній рівень

Задача №1

Умова: $b_4 = 24$, $q = 2$.

$$b_1 q^3 = 24$$

$$b_1 \cdot 2^3 = 24$$

$$b_1 \cdot 8 = 24$$

$$b_1 = 3; \quad b_2 = 3 \cdot 2 = 6; \quad b_3 = 6 \cdot 2 = 12;$$

$$b_4 = 12 \cdot 2 = 24; \quad b_5 = 24 \cdot 2 = 48.$$

Відповідь: 3, 6, 12, 24, 48.

Задача №2

За умовою перший член цієї прогресії — це 3, а сьомий — це 8. Знайдемо суму:

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{3 + 8}{2} \cdot 7 = \frac{77}{2}$$

Високий рівень

Задача №1

Знакозмінна геометрична прогресія має властивість, що її член є середнім геометричним, узятим зі знаком мінус, двох сусідніх членів:

$$b_4 = -\sqrt{b_3 \cdot b_5} = -\sqrt{9 \cdot 1} = -3$$

Знайдемо знаменник прогресії q :

$$q = \frac{b_4}{b_3} = \frac{-3}{9} = -\frac{1}{3}$$

Знайдемо b_1 :

$$\begin{aligned} b_4 &= b_1 q^3 = -3 \\ b_1 &= -3 : q^3 = -3 : \left(-\frac{1}{3}\right)^3 = 3 \cdot 27 = 81 \end{aligned}$$

Щоб знайти суму, легше просто знайти b_2 і скласти вже відомі члени:

$$S_4 = b_1 + b_2 + b_3 + b_4 = 81 - 27 + 9 - 3 = 60.$$

Задача №2

Маємо прогресію, в якій $a_1 = 5$ та $d = 8 - 5 = 3$.

Потрібно знайти $x = a_n$. Спочатку знайдемо номер цього члена n , використовуючи формулу суми:

$$\begin{aligned} S_n &= 124 \\ S_n &= \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n = \frac{2 \cdot 5 + 3(n-1)}{2} \cdot n = \\ &= \frac{10 + 3n - 3}{2} \cdot n = \frac{7 + 3n}{2} \cdot n \\ \frac{7 + 3n}{2} \cdot n &= 124 \\ n(7 + 3n) &= 248 \\ 3n^2 + 7n - 248 &= 0 \end{aligned}$$

Розв'яжемо це рівняння через дискримінант:

$$D = 7^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-248) = 3025; \quad \sqrt{3025} = 55$$

$$\begin{aligned} n_1 &= \frac{-7 + 55}{6} = 8 \\ n_2 &= \frac{-7 - 55}{6} = -\frac{31}{3} \end{aligned}$$

Другий розв'язок відкидаємо, бо n має бути натуральним числом. Тому $n = 8$.

Залишилося знайти a_8 :

$$a_8 = a_1 + 7d = 5 + 7 \cdot 3 = 26$$

Відповідь: $x = a_8 = 26$.