

$$3x^3 + 5x^2 - 8 \leq 0$$

Решаем вспомогательное уравнение.

$$3x^3 + 5x^2 - 8 = 0$$

$$3x^3 - 3x^2 + 8x^2 - 8x + 8x - 8 = 0$$

$$(3x^3 - 3x^2) + (8x^2 - 8x) + (8x - 8) = 0$$

$$(x-1)(3x^2) + (x-1)(8x) + (x-1)8 = 0$$

$$(x-1)(3x^2 + 8x + 8) = 0$$

Теперь каждую скобку как отдельное уравнение

1.

$$x - 1 = 0$$

$$x = 1$$

2.

$$3x^2 + 8x + 8 = 0$$

Находим дискриминант.

$$D = b^2 - 4ac = 8^2 - 4 \cdot 3 \cdot 8 = -32$$

Дискриминант отрицателен, значит уравнение не имеет корней.

Расчет знаков.

Случай 1 : $x < 1$.

Пусть $x = 0$

$$3 \cdot 0^3 + 5 \cdot 0^2 - 8 = -8 < 0 \text{ этот случай удовлетворяет неравенству.}$$

Случай 2 : $1 < x$.

Пусть $x = 2$

$$3 \cdot 2^3 + 5 \cdot 2^2 - 8 = 36 > 0 \text{ не удовлетворяет неравенству.}$$

Число 1 удовлетворяет неравенству.



ответ: $x \leq 1$.