



$AM=CM$; угол $BAF = \text{угол } FAC$, $AB:AC=1:4$
 $S(CMTF): S(\Delta ATB) = ?$

угол $BAF = \text{угол } FAC \Rightarrow AF$ - биссектриса.
 $\Rightarrow BF:CF=AB:AC= 1:4$
 Найдем $BT:TM$.

Продлим AF за точку F до пересечения с $BX \parallel AC$ в точке X .

Тогда углы $FBX=FCA$, $BXF=FAC$ (накрест лежащие при параллельных прямых BX и AC)

Тогда $\Delta FBX \sim \Delta FCA$ (по двум углам) $\Rightarrow BF/FC=BX/AC=1/4$ Обозначим $BX=x$

Тогда $AC=4x$ и $AM=2x$

Заметим, что углы $TBX=TMA$, $TXB=TAM$ (накрест лежащие при параллельных прямых BX и AC) . Тогда $\Delta TBX \sim \Delta TMA$ (по двум углам) $\Rightarrow TB/TM=BX/AM=x/2x=1:2$
 $\Rightarrow BT:BM=1:3$

Обозначим площадь треугольника $ABC=S$. Тогда площадь $\Delta ABM= 0.5S$

$S=S(\Delta MBC)$ (так как $AM=MC$) $\Rightarrow S(\Delta ATB)= S(\Delta ABM)*BT/BM= S(\Delta ABM)*1/3 = S/6$

$S(\Delta TBF)= S(\Delta MBC)*(TB/BM)*(BF/BC) = S(\Delta MBC)*(1/3)*(1/5)=S/2*(1/15) =S/30$

$\Rightarrow S(CMTF)= S(\Delta MBC)-S(\Delta TBF)= S/2-S/30=7S/15$

$\Rightarrow S(CMTF): S(\Delta ATB)= (7S/15):(S/6)= 7*6/15=14:5$