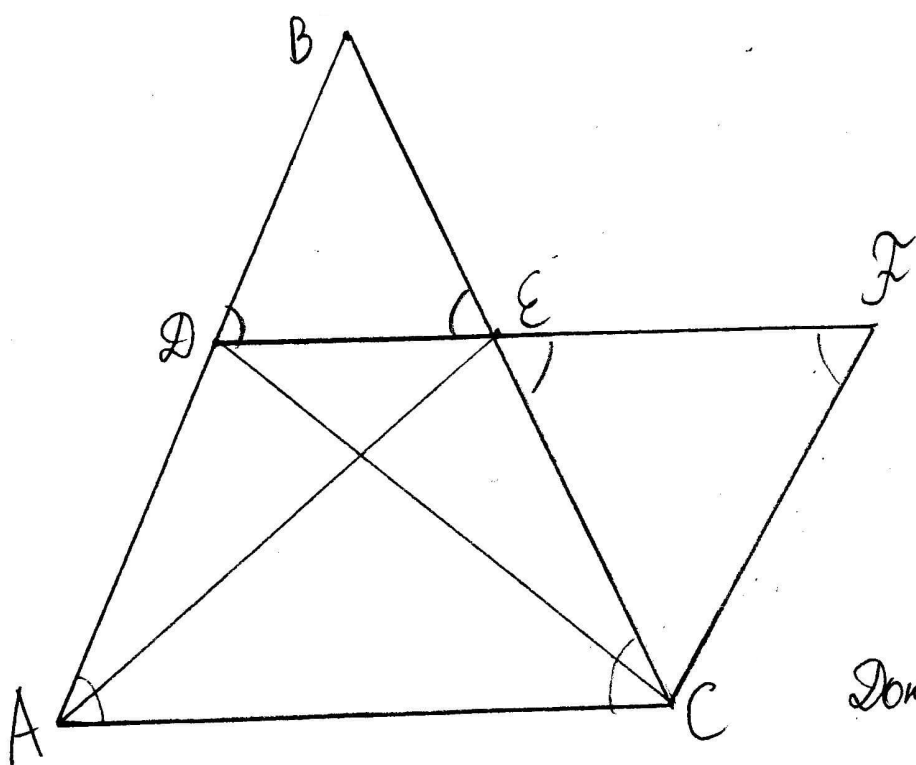




Дано: $\triangle ABC$,
 $AB = BC$,
 $DE \parallel AC$,
 $CF \parallel AB$
 $AB = 13$;
 $BD = 7$;
 $AC = 10$

Доказать: 1) $\triangle ADE = \triangle CED$
 2) $\triangle ECF \sim \triangle ABC$

Найти: 3) EF ; 4) $h_{\triangle ABC}$, опущенную на боковую сторону; 5) $\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle DCF}}$

Решение: 1) Заметим, что $ADEC$ — трапеция, причём $\angle DAC = \angle ECA$ как углы при основании равнобедренного $\triangle ABC$. Значит $\angle DAC + \angle EDA = 180^\circ$ и $\angle DEC + \angle ECA = 180^\circ$ как односторонние углы.
 $\angle DEC = \angle EDA$ так как $\angle DEC = 180^\circ - \angle ECA$
 $\angle EDA = 180^\circ - \angle DAC$
 Трапеция $ADEC$ — равнобедренная, так как только у равнобедренной трапеции углы при основаниях равны. $\triangle ADE = \triangle DEC$ по 1-му признаку равенства (DE — общая сторона, $AD = EC$ — трапеция $ADEC$ равнобедренная, $\angle ADE = \angle DEC$ — как углы при основании трапеции). $ADFC$ — параллелограмм, так как две его стороны попарно параллельны. (Это один из признаков параллелограмма)

Значит $\angle DAC = \angle EFC$ — как противолежащие углы параллелограмма. $\angle ECA = \angle FEC$ как накрест лежащие углы при параллельных прямых DF и AC . Но $\angle DAC = \angle ECA = \angle FEC$. Получается, что $\triangle ECF$ — равнобедренный с основанием EF . Третий угол при основании $\triangle EFC$ равен углу при основании $\triangle ABC$.

$\triangle ABC \sim \triangle EFC$ (по двум углам $\angle DAC = \angle ECA = \angle FEC = \angle EFC$).

Теперь найдём EF . Так как $\triangle ABC \sim \triangle EFC$.

$$\frac{BC}{EC} = \frac{AC}{EF}. \quad \text{Подставим известные}$$

$$\frac{13}{EC} = \frac{10}{EF} \quad (*)$$

$EC = AD$ как боковые стороны равнобедренной трапеции.

$$AD = AB - BD = 13 - 7 = 6$$

$$EC = AD = 6. \quad \text{подставим в } (*)$$

$$\frac{13}{6} = \frac{10}{EF} \quad / \cdot EF \text{ обе части}$$

$$\frac{13}{6} \cdot EF = 10 \quad / \cdot \frac{6}{13} \text{ обе части}$$

$$EF = \frac{10 \cdot 6}{13}$$

$$EF = \frac{60}{13}$$

$$4) S_{\triangle ABC} = \frac{BC \cdot h_{BC}}{2}$$

$$h_{BC} = \frac{2 S_{\triangle ABC}}{BC}$$

$$h_{BC} = \frac{2 S_{\triangle ABC}}{13}$$

$$S_{\triangle ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \text{ — формула Герона}$$

$$p = \frac{AB+BC+AC}{2} = \frac{13+13+10}{2} = 13+5=18$$

$$S_{\triangle ABC} = \sqrt{18(18-13)(18-13)(18-10)} = \sqrt{18 \cdot 5^2 \cdot 8} = 5 \sqrt{18 \cdot 8} =$$

$$= 5 \sqrt{3^2 \cdot 2 \cdot 2^3} = 5 \cdot 3 \sqrt{2^4} = 5 \cdot 3 \cdot 2^2 = 15 \cdot 4 = 60$$

$$h_{BC} = \frac{2 \cdot 60}{13} = \frac{120}{13}$$

5). Заметим, что у $\triangle ADE$ и $\triangle DFC$ общая высота, проведённая к сторонам DE и DF

$$S_{\triangle ADE} = \frac{DE \cdot H}{2} \quad \text{и} \quad S_{\triangle DCF} = \frac{DF \cdot H}{2}$$

$$\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle DCF}} = \frac{\frac{DE \cdot H}{2}}{\frac{DF \cdot H}{2}} = \frac{DE}{DF}$$

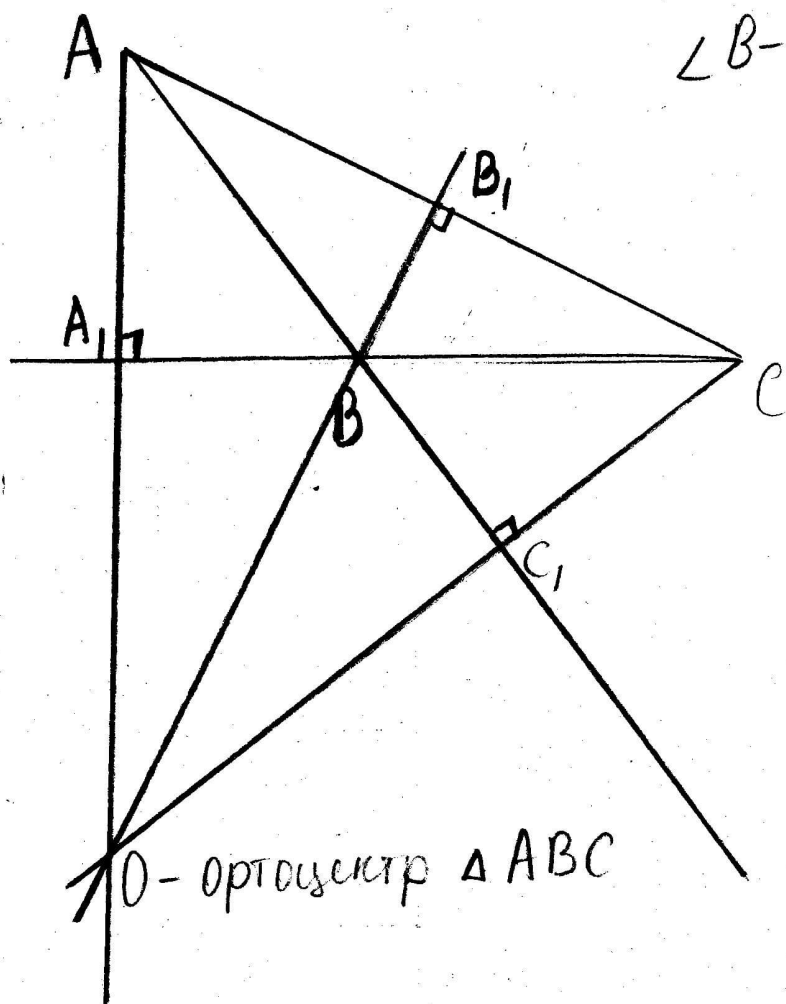
Так как $\triangle DBE \sim \triangle ABC$, по двум углам
 $\angle BDE = \angle BAC$
 $\angle BED = \angle BCA$ — как соответственные углы при параллельных прямых AC и DF .

$$\frac{DE}{AC} = \frac{BD}{AB} \text{ — подставим известные значения}$$

$$\frac{DE}{10} = \frac{7}{13} \Rightarrow DE = \frac{70}{13}$$

$$DF = DE + EF = \frac{70}{13} + \frac{60}{13} = \frac{130}{13} = 10$$

$$\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle DCF}} = \frac{DE}{DF} = \frac{\frac{70}{13}}{10} = \frac{7}{13}.$$



$\angle B$ - тупой.

O - ортосектр $\triangle ABC$

3.48

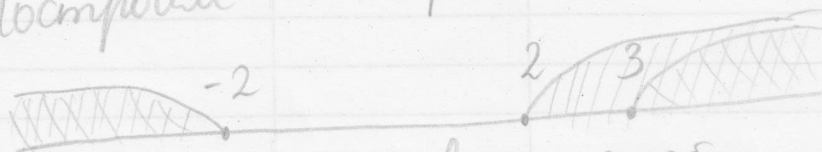
$$1) \sqrt{x^2-4} + \sqrt{x^2-5x+6}$$

ОДЗ

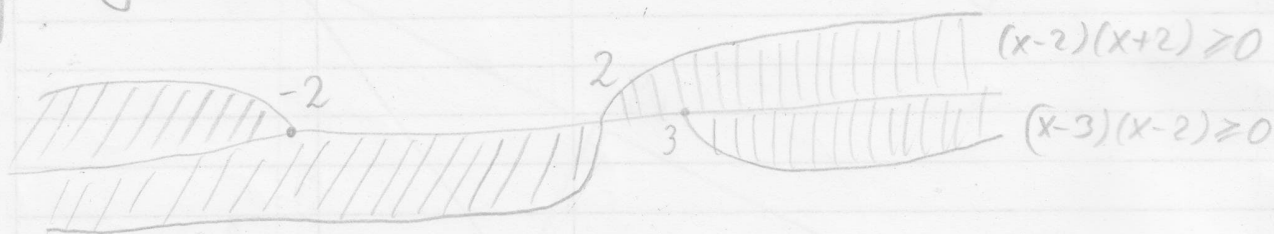
$$\begin{cases} x^2-4 \geq 0, \\ x^2-5x+6 \geq 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-2)(x+2) \geq 0, \\ (x-3)(x-2) \geq 0; \end{cases}$$

Построим на прямой



дважды заштрихованная область будет ОДЗ



ОДЗ - это дважды заштрихованная часть

$$x \in (-\infty; -2] \cup [3; +\infty)$$

целые числа, которые не принадлежат ОДЗ.

$$-1, 0, 1, 2$$

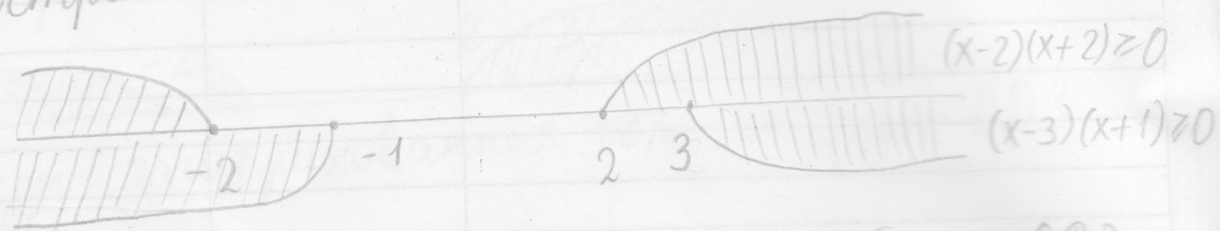
Ответ: -1; 0; 1; 2

$$2) \sqrt{x^2 - 2x - 3} + \sqrt{x^2 - 4}$$

ОДЗ

$$\begin{cases} x^2 - 4 \geq 0 \\ x^2 - 2x - 3 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x-2)(x+2) \geq 0 \\ (x-3)(x+1) \geq 0 \end{cases}$$

Построим на прямой



дважды заштрихованная область будет ОДЗ

$$x \in (-\infty; -2] \cup [3; +\infty)$$

Целые числа, которые не принадлежат ОДЗ

$$-1; 0; 1; 2$$

Ответ: $-1; 0; 1; 2$.

$$(2 - \sqrt{5})x < 2 + \sqrt{5} \quad / (2 + \sqrt{5})$$

$$(2 - \sqrt{5})(2 + \sqrt{5})x < (2 + \sqrt{5})(2 + \sqrt{5})$$

$$(4 - 5)x < 4 + 5 + 4\sqrt{5}$$

$$-x < 9 + 4\sqrt{5}$$

-x перенесём вправо

$$0 < 9 + 4\sqrt{5} + x$$

$(9 + 4\sqrt{5})$ перенесём влево

$$-9 - 4\sqrt{5} < x$$

$$x > -9 - 8,944271909999159$$

$$x > -17,944271909999159$$

То есть -17 - наименьшее целое решение