

Суммарная жесткость 4 параллельных пружин

$K=4*k$; мы используем эту информацию только в самом конце.

под весом $M*g$ платформы пружины растянуты на расстояние l

$$K*l = M*g; \quad l = \frac{Mg}{K}$$

потенциальная энергия растянутых пружин

$$\frac{K * l^2}{2} = \frac{K}{2} * \left(\frac{Mg}{K} \right)^2 = \frac{M^2 g^2}{2K}$$

с высоты h относительно первоначального положения платформы падает тело m

в момент перед столкновением тело m имеет скорость v которую находим по ЗСЭ

$$mgh = \frac{mv^2}{2}; \quad v = \sqrt{2gh}$$

после неупругого удара платформа M движется с прилипшим грузом m со скоростью u ; скорость u находим по ЗСИ

$$M * 0 + mv = (M + m) * u$$

$$u = \frac{mv}{M + m} = \frac{m}{M + m} \sqrt{2gh}$$

Платформа и груз двигаются до момента пока потенциальная энергия пружины не уравнивает полную начальную механическую энергию относительно нижней точки. Кстати заметим, что точка равновесия пружины сместится.

$$K*l_1 = (M+m)*g; \quad l_1 = \frac{(M+m)g}{K} = l + \frac{mg}{K}$$

пусть амплитуда возникших колебаний A

это значит в нижней точке длина растянутой пружины будет равна

$$L = l + \frac{mg}{K} + A = \frac{Mg}{K} + \frac{mg}{K} + A$$

потенциальная энергия растянутой пружины изменится (увеличится) на величину

$$\frac{KL^2}{2} - \frac{Kl^2}{2} = K \frac{\left(\frac{Mg}{K} + \frac{mg}{K} + A \right)^2}{2} - K \frac{\left(\frac{Mg}{K} \right)^2}{2} = K \frac{\left(\frac{mg}{K} + A \right)^2}{2} + 2 \frac{Mg}{K} \left(\frac{mg}{K} + A \right) = \frac{K}{2} \left(\frac{mg}{K} + A \right)^2 + Mg * \left(\frac{mg}{K} + A \right)$$

за счет уменьшения до нуля кинетической энергии и за счет выделения потенциальной энергии в поле силы тяжести (аналог mgh , только масса не

m а $(M+m)$ и вместо высоты h пишем изменение высоты от точки столкновения до нижней точки $\frac{mg}{K} + A$)

$$(M + m) \frac{u^2}{2} + (M + m) * g * \left(\frac{mg}{K} + A \right)$$

Приравняем их и решим относительно $x = \frac{mg}{K} + A$

$$\frac{K}{2}x^2 - mg * x - \frac{m^2}{M+m} \frac{2gh}{2} = 0$$

$$\frac{K}{2}x^2 - mg * x - \frac{m^2}{M+m} gh = 0$$

$$D = (mg)^2 + 4 \frac{K}{2} \frac{m^2}{M+m} gh = m^2 \left(g^2 + \frac{2Kgh}{M+m} \right)$$

$$x_1 = \frac{mg + \sqrt{m^2 \left(g^2 + \frac{2Kgh}{M+m} \right)}}{2 \frac{K}{2}} = mg \frac{1 + \sqrt{1 + \frac{2Kh}{(M+m)g}}}{K}; x_2 = mg \frac{1 - \sqrt{1 + \frac{2Kh}{(M+m)g}}}{K} \leq 0$$

x_2 - лишний корень, соответствует положению сжатой пружины (верхняя точка колебаний)

теперь выразим искомую амплитуду А и в самом конце заменим К на 4к.

$$A = x_1 - \frac{mg}{K} = mg \frac{\sqrt{1 + \frac{2Kh}{(M+m)g}}}{K} = m * \sqrt{\left(\frac{g}{K} + \frac{2h}{(M+m)} \right) * \frac{g}{K}} = m * \sqrt{\left(\frac{g}{4k} + \frac{2h}{(M+m)} \right) * \frac{g}{4k}} = \frac{m}{2} * \sqrt{\left(\frac{g}{4k} + \frac{2h}{(M+m)} \right) * \frac{g}{k}} - \text{Это ответ}$$

по условию М=0

тогда многое упрощается

я не буду исправлять все решение

просто подставлю М=0

$$A = \frac{m}{2} * \sqrt{\left(\frac{g}{4k} + \frac{2h}{(M+m)} \right) * \frac{g}{k}} = \frac{m}{2} * \sqrt{\left(\frac{g}{4k} + \frac{2h}{m} \right) * \frac{g}{k}} - \text{Это ответ}$$