

$$\sqrt[3]{6+\sqrt{35}}^x + \sqrt[3]{6-\sqrt{35}}^x = 12$$

Произведем замену переменных.

$$\begin{cases} a = \sqrt[3]{6-\sqrt{35}}^x \\ \frac{1}{a} + a = 12 \end{cases}$$

Решаем вспомогательное уравнение.

$$\frac{1}{a} + a = 12$$

$$\frac{1}{a} + (a - 12) = 0$$

$$\frac{1 + (a - 12)a}{a} = 0$$

$$\frac{1 + a^2 - 12a}{a} = 0$$

$$\frac{a^2 - 12a + 1}{a} = 0$$

Дробь обращается в нуль тогда, когда числитель равен нулю.

$$a^2 - 12a + 1 = 0$$

Находим дискриминант.

$$D = b^2 - 4ac = (-12)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 140$$

Дискриминант положителен, значит уравнение имеет два корня.

Вспользуемся формулой корней квадратного уравнения.

$$a_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$a_1 = \frac{12 - 2\sqrt{35}}{2 \cdot 1} = 6 - \sqrt{35}; a_2 = \frac{12 + 2\sqrt{35}}{2 \cdot 1} = 6 + \sqrt{35}$$

решение разбивается на отдельные случаи.

Случай ¹.

$$\begin{cases} a = \sqrt[3]{6 - \sqrt{35}}^x \\ a = 6 - \sqrt{35} \end{cases}$$

$$\sqrt[3]{6 - \sqrt{35}}^x = 6 - \sqrt{35}$$

$$\sqrt[3]{6 - \sqrt{35}}^x - (6 - \sqrt{35}) = 0$$

Путем подбора находим решение.

$$x = 3$$

Других решений нет, так как функция, соответствующая данному уравнению, является монотонной.

Случай ².

$$\begin{cases} a = \sqrt[3]{6 - \sqrt{35}}^x \\ a = 6 + \sqrt{35} \end{cases}$$

$$\sqrt[3]{6-\sqrt{35}}^x = 6+\sqrt{35}$$

$$\sqrt[3]{6-\sqrt{35}}^x - (6+\sqrt{35}) = 0$$

Путем подбора находим решение.

$$x = -3$$

Других решений нет, так как функция, соответствующая данному уравнению, является монотонной.

ответ:

x
3
-3

Я давно не решала такие примеры, поэтому желательно свериться с ответами