

Задание 2

Определить лежат ли в одной плоскости точки

A (2; -1; -1),

B (1; 2; 0),

C (2; 3; 1),

D (0; 1; -6).

РЕШЕНИЕ

Насколько я понимаю, можно поступить так. Построить «систему» из 3-х векторов. И проверить их смешанное произведение. Модуль смешанного произведения равен объему параллелепипеда, ребрами которого будут данные вектора. Если объём окажется равен 0, то это будет означать, что все 3 вектора (и соответственно все 4 точки) лежат в одной плоскости.

«Строим» вектора сходящиеся в одной точке D. В общем, главное, чтобы все точки «поучаствовали» в построении системы векторов, обозначив их начала или концы. И уж если вектора окажутся в одной плоскости, то и все их точки будут в одной плоскости.

$$\vec{a} = \overrightarrow{AD} = (0 - 2; 1 - (-1); -6 - (-1)) = (-2; 2; -5)$$

$$\vec{b} = \overrightarrow{BD} = (0 - 1; 1 - 2; -6 - 0) = (-1; -1; -6)$$

$$\vec{c} = \overrightarrow{CD} = (0 - 2; 1 - 3; -6 - 1) = (-2; -2; -7)$$

Итак получаем 3 вектора

$$\vec{a} = (-2; 2; -5)$$

$$\vec{b} = (-1; -1; -6)$$

$$\vec{c} = (-2; -2; -7)$$

Теперь надо вычислить их смешанное произведение.

$$\vec{a} \cdot [\vec{b} \times \vec{c}]$$

$$\vec{a} \cdot [\vec{b} \times \vec{c}] = x_1 \begin{vmatrix} y_2 & z_2 \\ y_3 & z_3 \end{vmatrix} + y_1 \begin{vmatrix} z_2 & x_2 \\ z_3 & x_3 \end{vmatrix} + z_1 \begin{vmatrix} x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \end{vmatrix} =$$

$$= -2 \begin{vmatrix} -1 & -6 \\ -2 & -7 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} -6 & -1 \\ -7 & -2 \end{vmatrix} - 5 \begin{vmatrix} -1 & -1 \\ -2 & -2 \end{vmatrix} =$$

$$= -2(7 - 12) + 2(12 - 7) - 5(2 - 2) = 10 + 10 - 0 = 20 \neq 0$$

Смешанное произведение не равно нулю. Значит параллелепипед, ребрами которого будут данные вектора, имеет отличный от нуля объём, и точки A, B, C, D не лежат в одной плоскости.

ОТВЕТ

Точки A, B, C, D не лежат в одной плоскости.