2

f(x) = (x - 4) - 1

Точки пересечения с осью координат X

График функции пересекает ось X при f = 0

значит надо решить уравнение:

 2

(x - 4) - 1 = 0

Точки пересечения с осью X:

**Аналитическое решение**

x1 = 3

x2 = 5

**Численное решение**

x1 = 5

x2 = 3

Точки пересечения с осью координат Y

График пересекает ось Y, когда x равняется 0:

подставляем x = 0 в (x - 4)^2 - 1.

 2

(-4) - 1

Результат:

f(0) = 15

Точка:

(0, 15)

График функции

|  |  |
| --- | --- |
|  | f = (x - 4)^2 - 1 |
|  | Граф 3.png |
|  |  |

Экстремумы функции

Для того, чтобы найти экстремумы,

нужно решить уравнение

d

--(f(x)) = 0

dx

(производная равна нулю),

и корни этого уравнения будут экстремумами данной функции:

d

--(f(x)) =

dx

-8 + 2\*x = 0

Решаем это уравнение

Корни этого ур-ния

x1 = 4

Зн. экстремумы в точках:

(4, -1)

**Интервалы возрастания и убывания функции:**

Найдём интервалы, где функция возрастает и убывает, а также минимумы и максимумы функции, для этого смотрим как ведёт себя функция в экстремумах при малейшем отклонении от экстремума:

Минимумы функции в точках:

x1 = 4

Максимумов у функции нет

Убывает на промежутках

[4, oo)

Возрастает на промежутках

(-oo, 4]

Точки перегибов

Найдем точки перегибов, для этого надо решить уравнение

 2

 d

---(f(x)) = 0

 2

dx

(вторая производная равняется нулю),

корни полученного уравнения будут точками перегибов для указанного графика функции,

 2

 d

---(f(x)) =

 2

dx

2 = 0

Решаем это уравнение

Решения не найдены,

значит, перегибов у функции нет

Горизонтальные асимптоты

Горизонтальные асимптоты найдём с помощью пределов данной функции при x->+oo и x->-oo

 2

 lim (x - 4) - 1 = oo

x->-oo

значит,

горизонтальной асимптоты слева не существует

 2

 lim (x - 4) - 1 = oo

x->oo

значит,

горизонтальной асимптоты справа не существует

Наклонные асимптоты

Наклонную асимптоту можно найти, подсчитав предел функции (x - 4)^2 - 1, делённой на x при x->+oo и x->-oo

 2

 (x - 4) - 1

 lim ------------ = -oo

x->-oo x

значит,

наклонной асимптоты слева не существует

 2

 (x - 4) - 1

 lim ------------ = oo

x->oo x

значит,

наклонной асимптоты справа не существует

Чётность и нечётность функции

Проверим функци чётна или нечётна с помощью соотношений f = f(-x) и f = -f(-x).

Итак, проверяем:

 2 2

(x - 4) - 1 = -1 + (-4 - x)

- Нет

 2 2

(x - 4) - 1 = 1 - (-4 - x)

- Нет

значит, функция не является ни чётной, ни нечётной.

4) 5

f(x) = 8\*sin(3\*x) - 2\*x

Точки пересечения с осью координат X

График функции пересекает ось X при f = 0

значит надо решить уравнение:

 5

8\*sin(3\*x) - 2\*x = 0

Точки пересечения с осью X:

**Численное решение**

x1 = 0

Точки пересечения с осью координат Y

График пересекает ось Y, когда x равняется 0:

подставляем x = 0 в 8\*sin(3\*x) - 2\*x^5.

 5

8\*sin(3\*0) - 2\*0

Результат:

f(0) = 0

Точка:

(0, 0)

График функции

|  |  |
| --- | --- |
| Граф 4.png | f = 8\*sin(3\*x) - 2\*x^5 |

Экстремумы функции

Для того, чтобы найти экстремумы,

нужно решить уравнение

d

--(f(x)) = 0

dx

(производная равна нулю),

и корни этого уравнения будут экстремумами данной функции:

d

--(f(x)) =

dx

 4

- 10\*x + 24\*cos(3\*x) = 0

Решаем это уравнение

Корни этого ур-ния

x1 = 0.513909833279

Зн. экстремумы в точках:

(0.513909833279, 7.92492971692849)

**Интервалы возрастания и убывания функции:**

Найдём интервалы, где функция возрастает и убывает, а также минимумы и максимумы функции, для этого смотрим как ведёт себя функция в экстремумах при малейшем отклонении от экстремума:

Минимумов у функции нет

Максимумы функции в точках:

x1 = 0.513909833279

Убывает на промежутках

(-oo, 0.513909833279]

Возрастает на промежутках

[0.513909833279, oo)

Точки перегибов

Найдем точки перегибов, для этого надо решить уравнение

 2

 d

---(f(x)) = 0

 2

dx

(вторая производная равняется нулю),

корни полученного уравнения будут точками перегибов для указанного графика функции,

 2

 d

---(f(x)) =

 2

dx

 / 3 \

-8\*\5\*x + 9\*sin(3\*x)/ = 0

Решаем это уравнение

Корни этого ур-ния

x1 = 0

**Интервалы выпуклости и вогнутости:**

Найдём интервалы, где функция выпуклая или вогнутая, для этого посмотрим, как ведет себя функция в точках перегибов:

Вогнутая на промежутках

(-oo, 0]

Выпуклая на промежутках

[0, oo)

Горизонтальные асимптоты

Горизонтальные асимптоты найдём с помощью пределов данной функции при x->+oo и x->-oo

 5

 lim 8\*sin(3\*x) - 2\*x = oo

x->-oo

значит,

горизонтальной асимптоты слева не существует

 5

 lim 8\*sin(3\*x) - 2\*x = -oo

x->oo

значит,

горизонтальной асимптоты справа не существует

Наклонные асимптоты

Наклонную асимптоту можно найти, подсчитав предел функции 8\*sin(3\*x) - 2\*x^5, делённой на x при x->+oo и x->-oo

True

значит,

уравнение наклонной асимптоты слева:

 5

 8\*sin(3\*x) - 2\*x

y = x\* lim -----------------

 x->-oo x

True

значит,

уравнение наклонной асимптоты справа:

 5

 8\*sin(3\*x) - 2\*x

y = x\* lim -----------------

 x->oo x

Чётность и нечётность функции

Проверим функция чётна или нечётна с помощью соотношений f = f(-x) и

f = -f(-x).

Итак, проверяем:

 5 5

8\*sin(3\*x) - 2\*x = -8\*sin(3\*x) + 2\*x

- Нет

 5 5

8\*sin(3\*x) - 2\*x = --8\*sin(3\*x) - 2\*x

- Нет





значит, функция является нечётной.

б) x - 1 x + 1

f(x) = ----- - -----

 x + 2 x - 2

Область определения функции

Точки, в которых функция точно неопределена:

x1 = -2

x2 = 2

Точки пересечения с осью координат X

График функции пересекает ось X при f = 0

значит надо решить уравнение:

x - 1 x + 1

----- - ----- = 0

x + 2 x - 2

Точки пересечения с осью X:

**Аналитическое решение**

x1 = 0

**Численное решение**

x1 = 0

Точки пересечения с осью координат Y

График пересекает ось Y, когда x равняется 0:

подставляем x = 0 в (x - 1)/(x + 2) - (x + 1)/(x - 2).

 1 1

- - - --

 2 -2

Результат:

f(0) = 0

Точка:

(0, 0)

График функции

|  |  |
| --- | --- |
|  | f = (x - 1)/(x + 2) - (x + 1)/(x - 2)Граф5.png |

Экстремумы функции

Для того, чтобы найти экстремумы,

нужно решить уравнение

d

--(f(x)) = 0

dx

(производная равна нулю),

и корни этого уравнения будут экстремумами данной функции:

d

--(f(x)) =

dx

 1 1 x + 1 x - 1

----- - ----- + -------- - -------- = 0

x + 2 x - 2 2 2

 (x - 2) (x + 2)

Решаем это уравнение

Решения не найдены,

возможно экстремумов у функции нет

Точки перегибов

Найдем точки перегибов, для этого надо решить уравнение

 2

 d

---(f(x)) = 0

 2

dx

(вторая производная равняется нулю),

корни полученного уравнения будут точками перегибов для указанного графика функции,

 2

 d

---(f(x)) =

 2

dx

 / 1 1 -1 + x 1 + x \

2\*|--------- - -------- + -------- - ---------| = 0

 | 2 2 3 3|

 \(-2 + x) (2 + x) (2 + x) (-2 + x) /

Решаем это уравнение

Корни этого ур-ния

x1 = 0

Также нужно подсчитать пределы y'' для аргументов, стремящихся к точкам неопределённости функции:

Точки, где есть неопределённость:

x1 = -2

x2 = 2

 / 1 1 -1 + x 1 + x \

 lim 2\*|--------- - -------- + -------- - ---------| = oo

x->-2- | 2 2 3 3|

 \(-2 + x) (2 + x) (2 + x) (-2 + x) /

 / 1 1 -1 + x 1 + x \

 lim 2\*|--------- - -------- + -------- - ---------| = -oo

x->-2+ | 2 2 3 3|

 \(-2 + x) (2 + x) (2 + x) (-2 + x) /

- пределы не равны, зн.

x1 = -2

- является точкой перегиба

 / 1 1 -1 + x 1 + x \

 lim 2\*|--------- - -------- + -------- - ---------| = oo

x->2- | 2 2 3 3|

 \(-2 + x) (2 + x) (2 + x) (-2 + x) /

 / 1 1 -1 + x 1 + x \

 lim 2\*|--------- - -------- + -------- - ---------| = -oo

x->2+ | 2 2 3 3|

 \(-2 + x) (2 + x) (2 + x) (-2 + x) /

- пределы не равны, зн.

x2 = 2

- является точкой перегиба

**Интервалы выпуклости и вогнутости:**

Найдём интервалы, где функция выпуклая или вогнутая, для этого посмотрим, как ведет себя функция в точках перегибов:

Вогнутая на промежутках

[0, oo)

Выпуклая на промежутках

(-oo, 0]

Вертикальные асимптоты

Есть:

x1 = -2

x2 = 2

Горизонтальные асимптоты

Горизонтальные асимптоты найдём с помощью пределов данной функции при x->+oo и x->-oo

 x - 1 x + 1

 lim ----- - ----- = 0

x->-oox + 2 x - 2

значит,

уравнение горизонтальной асимптоты слева:

y = 0

 x - 1 x + 1

 lim ----- - ----- = 0

x->oox + 2 x - 2

значит,

уравнение горизонтальной асимптоты справа:

y = 0

Наклонные асимптоты

Наклонную асимптоту можно найти, подсчитав предел функции (x - 1)/(x + 2) - (x + 1)/(x - 2), делённой на x при x->+oo и x->-oo

 x - 1 x + 1

 ----- - -----

 x + 2 x - 2

 lim ------------- = 0

x->-oo x

значит,

наклонная совпадает с горизонтальной асимптотой справа

 x - 1 x + 1

 ----- - -----

 x + 2 x - 2

 lim ------------- = 0

x->oo x

значит,

наклонная совпадает с горизонтальной асимптотой слева

Чётность и нечётность функции

Проверим функция чётна или нечётна с помощью соотношений f = f(-x) и f = -f(-x).

Итак, проверяем:

 x - 1 x + 1 -1 - x 1 - x

-------- - -------- = -------- - ---------

 1 1 1 1

(x + 2) (x - 2) (2 - x) (-2 - x)

- Нет

 x - 1 x + 1 -1 - x -(1 - x)

-------- - -------- = - -------- - ---------

 1 1 1 1

(x + 2) (x - 2) (2 - x) (-2 - x)

- Нет

значит, функция является нечётной



