$$(x^2+5x)^2-2x^2-10x-24=0$$

Произведем замену переменных.

Пусть $t = x^2 + 5x$

В результате.

$$-(2t+24)+t^{2}=0$$

$$-2t-24+t^{2}=0$$

$$t^{2}-2t-24=0$$

Находим дискриминант.

$$D=b^{2}-4ac=(-2)^{2}-4\cdot1(-24)=100$$

$$t_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$$

$$t_1 = \frac{2-10}{2\cdot 1} = -4; t_2 = \frac{2+10}{2\cdot 1} = 6$$

е исходное уравнение сводится к уравнених

$$x^2 + 5x = -4$$

$$x^{2} + 5x = 6$$

Решаем первое.

$$x^{2}+5x=-4$$
 $x^{2}+5x+4=0$

Находим дискриминант.

$$D=b^2-4ac=5^2-4\cdot 1\cdot 4=9$$

$$x_{1.2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{-5-3}{2 \cdot 1} = -4$$
; $x_2 = \frac{-5+3}{2 \cdot 1} = -1$

Решаем второе.

$$x^{2}+5x=6$$
 $x^{2}+5x-6=0$

Находим дискриминант.

$$D = b^{2} - 4ac = 5^{2} - 4 \cdot 1(-6) = 49$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{-5-7}{2\cdot 1} = -6$$
; $x_2 = \frac{-5+7}{2\cdot 1} = 1$

ответ: x=-6; x=-4; x=-1; x=1