Вектор АС = (Xc-Xa;Yc-Ya) = (-5-6;4-5) = (-11;-1)

Вектор АВ =(Xb-Xa;Yb-Ya) = (5-6;-4-5) = (-1;-9)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Угол между векторами на плоскости** | | | | | | | | | | | | | |  | | | |  | | |  | | | |  | | | |  | | | | к=(у2-у1)/(х2-х1) | | | | | | | | в=у2-((у2-у1)/(х2-х1))\*х2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | А1 | | | | | х1 | | | | у1 | |
| ф = arc cos |ax\*bx+ay\*by|/(ax^2+ay^2)^(1/2)\*(bx^2+bу^2)^(1/2)) | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |  | | | |  | | | | **9** | | | | | | |  | **-49** | | | | | | | | | | | |  | |  | |  | |  | | А2 | | | | | х2 | | | | у2 | |
| Вектор АС | | |  | | Вектор АВ | | | | | <AB-AC | | | cosф = | | | | 0.19996 | | | | |  | | | |  | | | |  | | | |  | |  | | | | | |  | |  | |  | |  | | |  | | | | | | | | | | | **5** | | | **-4** | | | |
| х | у | |  | | х | | | | у |  | | | ф = | | | | 1.36948 | | | | | радиан | | | |  | | | |  | | | |  | |  | | | | | |  | |  | |  | |  | | |  | | | | | | | | | | |  | | |  | | | |
| -11 | -1 | |  | | -1 | | | | -9 |  | | |  | | | | 78.4654 | | | | | градус | | | |  | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Модуль АС | | |  | | Модуль АВ | | | | | |  | | | |  | | | | | | | |  | | | |  | | | |  | | | |  | |  | | | | | |  | | **-1** | | **-2** | |  | | |  | | | | | | | | | | | **5** | | | | **-3** | | | |
|  | 11.0454 | |  | |  | | 9.055 | | | |  | | | |  | | | |  | | | |  | | | |  | | | |  | | | |  | |  | | | | | |  | |  | |  | |  | | | А2 | | | | | | | | | | | х2 | | | | у2 | | | |
|  |  | |  | |  | |  | | | | | | |  | | | |  | | |  | | | |  | | | | | | | |  | | | | | | |  |  | | | | | | | | | | | |  | |  | |  | |  | |  | | | | | **-1** | | | | **-2** | |
| **Скалярное произведение векторов** | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |  | | | |  | | | |  | | | |  | | | | | | |  |  | | | | | | | | | | | |  | |  | |  | |  | |  | | | | |  | | | |  | |
| **a · b = ax · bx + ay · by** | | | | | | | AB\*AC= | | | | | | | **20** | | | | | | |  | | | |  | | | |  | | | |  | | | | | | |  |  | | | | | | | | | | | |  | |  | |  | |  | |  | | | | |  | | | |  | |
|  |  | |  | |  | |  | | | | | | |  | | | |  | | |  | | | |  | | | |  | | | |  | | | | | | |  |  | | | | | | | | | | | |  | |  | |  | |  | |  | | | | |  | | | |  | |
| Точка А | | | |  | | Точка В | | | | | |  | | | | Точка С | | | | | | | |  | | | |  | | | | | | | | | |  |  | | | | | | | | | | |  | | | |  | |  | |  | |  | | | |  | | | |  | | | |
| x | | y | |  | | x | | y | | | |  | | | | x | | | | y | | | |  | | | |  | | | | y | | | | | |  |  | | | | | | | | | | |  | | | |  | |  | |  | |  | | | |  | | | |  | | | |
| 6 | | 5 | |  | | 5 | | -4 | | | |  | | | | -5 | | | | 4 | | | |  | | | |  | | | |  | | | | | |  |  | | | | | | | | | | |  | | | |  | |  | |  | |  | | | |  | | | |  | | | |

[**Скалярное произведение векторов**](http://ru.onlinemschool.com/math/library/vector/multiply/)**:**

a · b = ax · bx + ay · by = (-11) · (-1) + (-1) · (-9) = 11 + 9 = 20

[**Угол между векторами**](http://ru.onlinemschool.com/math/library/vector/angl/)**:**   
Модули векторов:

a| = √ax2 + ay2 = √(-11)2 + (-1)2 = √121 + 1 = √122 ≈ 11.04536

|a| = √ax2 + ay2 = √(-1)2 + (-9)2 = √1 + 81 = √82 ≈ 9.05539

|  |  |
| --- | --- |
| cos α = | a · b |
| |a||b| |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| cos α = | | 20 | | |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | 9.05539 |  |  | ≈ |  | 0.19996 | | | | | |
| 11.04536\* | |
| α =  1.36948 | | радиан | | = 78.4654 | градус |

РАСЧЕТ ТРЕУГОЛЬНИКА

заданного координатами вершин:

Вершина 1: A(6; 5)

Вершина 2: B(5; -4)

Вершина 3: C(-5; 4)

ДЛИНЫ СТОРОН ТРЕУГОЛЬНИКА

Длина BС (a) = 12.8062484748657

Длина AС (b) = 11.0453610171873

Длина AB (c) = 9.05538513813742

ПЕРИМЕТР ТРЕУГОЛЬНИКА

Периметр = 32.9069946301904

ПЛОЩАДЬ ТРЕУГОЛЬНИКА

Площадь = 49

УГЛЫ ТРЕУГОЛЬНИКА

Угол BAC при 1 вершине A:

в радианах = 1.36947921842026

в градусах = 78.4653793463553

Угол ABC при 2 вершине B:

в радианах = 1.00671260574524

в градусах = 57.6803834918198

Угол BCA при 3 вершине C:

в радианах = 0.765400829424298

в градусах = 43.8542371618249

ЦЕНТР ТЯЖЕСТИ

Координаты Om(2; 1.66666666666667)

МЕДИАНЫ ТРЕУГОЛЬНИКА

Медиана АM1 из вершины A:

Координаты M1(0; 0)

Длина AM1 = 7.81024967590665

Медиана BM2 из вершины B:

Координаты M2(0.5; 4.5)

Длина BM2 = 9.61769203083567

Медиана CM3 из вершины C:

Координаты M3(5.5; 0.5)

Длина CM3 = 11.0679718105893

ВЫСОТЫ ТРЕУГОЛЬНИКА

Высота AH1 из вершины A:

Координаты H1(1.21951219512195; -0.975609756097562)

Длина AH1 = 7.6525143325417

Высота BH2 из вершины B:

Координаты H2(4.19672131147541; 4.83606557377049)

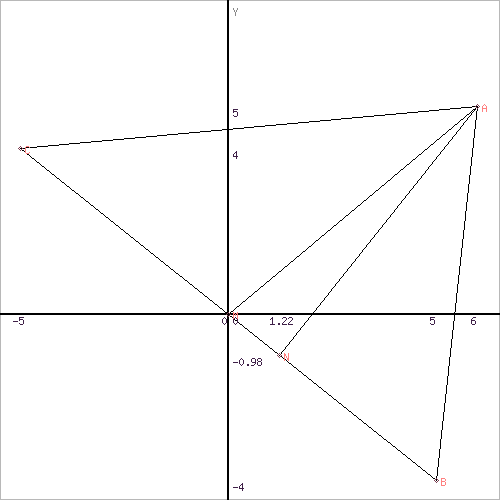
Длина BH2 = 8.87250311216681

Высота CH3 из вершины C:

Координаты H3(5.75609756097561; 2.80487804878049)

Длина CH3 = 10.822289555335

Ниже представлен **рисунок треугольника**.



Начало формы



Конец формы

Даны координаты вершин треугольника: A(6,5), B(5,-4), C(-5,4).  
**1) Координаты векторов**.  
Координаты векторов находим по формуле:  
X = xj - xi; Y = yj - yi  
здесь X,Y координаты вектора; xi, yi - координаты точки Аi; xj, yj - координаты точки Аj  
Например, для вектора AB  
X = x2 - x1; Y = y2 - y1  
X = 5-6 = -1; Y = -4-5 = -9  
AB(-1;-9)  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\overline%7bAB%7d%20=%20-\overline%7bi%7d%20-9\overline%7bj%7d  
AC(-11;-1)  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\overline%7bAC%7d%20=%20-11\overline%7bi%7d%20-\overline%7bj%7d  
BC(-10;8)  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\overline%7bBC%7d%20=%20-10\overline%7bi%7d%20%2B%208\overline%7bj%7d  
  
**2) Длина сторон треугольника**.  
Расстояние d между точками M1(x1; y1) и M2(x2; y2) определяется по формуле:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=d%20=%20\sqrt%7b\left(x_%7b2%7d-x_%7b1%7d\right)%5e%7b2%7d%20%2B%20\left(y_%7b2%7d-y_%7b1%7d\right)%5e%7b2%7d%7d  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=|AB|%20=%20\sqrt%7b\left(5-6\right)%5e%7b2%7d%20%2B%20\left(-4-5\right)%5e%7b2%7d%7d%20=%20\sqrt%7b1%5e%7b2%7d%20%2B%209%5e%7b2%7d%7d%20=%20\sqrt%7b82%7d%20=%209.06  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=|AC|%20=%20\sqrt%7b\left(-5-6\right)%5e%7b2%7d%20%2B%20\left(4-5\right)%5e%7b2%7d%7d%20=%20\sqrt%7b11%5e%7b2%7d%20%2B%201%5e%7b2%7d%7d%20=%20\sqrt%7b122%7d%20=%2011.05  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=|BC|%20=%20\sqrt%7b\left(-5-5\right)%5e%7b2%7d%20%2B%20\left(4-\left(-4\right)\right)%5e%7b2%7d%7d%20=%20\sqrt%7b10%5e%7b2%7d%20%2B%208%5e%7b2%7d%7d%20=%20\sqrt%7b164%7d%20=%2012.81  
**8) Уравнение прямой**  
Прямая, проходящая через точки A1(x1; y1) и A2(x2; y2), представляется уравнениями:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\frac%7bx%20-%20x_%7b1%7d%7d%7bx_%7b2%7d%20-%20x_%7b1%7d%7d%20=%20\frac%7by%20-%20y_%7b1%7d%7d%7by_%7b2%7d%20-%20y_%7b1%7d%7d  
Уравнение прямой AB  
Каноническое уравнение прямой:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\frac%7bx%20-%206%7d%7b5%20-%206%7d%20=%20\frac%7by%20-%205%7d%7b-4%20-%205%7d  
или  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\frac%7bx%20-%206%7d%7b-1%7d%20=%20\frac%7by%20-%205%7d%7b-9%7d  
или  
y = 9x -49 или y -9x +49 = 0  
Уравнение прямой AC  
Каноническое уравнение прямой:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\frac%7bx%20-%206%7d%7b-5%20-%206%7d%20=%20\frac%7by%20-%205%7d%7b4%20-%205%7d  
или  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\frac%7bx%20-%206%7d%7b-11%7d%20=%20\frac%7by%20-%205%7d%7b-1%7d  
или  
y = 1/11x + 49/11 или 11y -x - 49 = 0  
Уравнение прямой BC  
Каноническое уравнение прямой:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\frac%7bx%20-%205%7d%7b-5%20-%205%7d%20=%20\frac%7by%20%2B%204%7d%7b4%20-%20\left(-4\right)%7d  
или  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\frac%7bx%20-%205%7d%7b-10%7d%20=%20\frac%7by%20%2B%204%7d%7b8%7d  
или  
y = -4/5x или 5y + 4x = 0  
**3) Угол между прямыми**  
Угол между векторами a1(X1;Y1), a2(X2;Y2) можно найти по формуле:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=cos%20\gamma%20%20%20=%20\frac%7ba_%7b1%7da_%7b2%7d%7d%7b|a_%7b1%7d|\cdot%20|a_%7b2%7d|%7d  
где a1a2 = X1X2 + Y1Y2  
Найдем угол между векторами AB(-1;-9) и AC(-11;-1)  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=cos%20\gamma%20%20%20=%20\frac%7b-1\left(-11\right)%20%2B%20\left(-9\right)\left(-1\right)%7d%7b\sqrt%7b82%7d\cdot%20\sqrt%7b122%7d%7d%20=%200.2  
γ = arccos(0.2) = 78.470  
**5) Площадь треугольника**  
Пусть точки A1(x1; y1), A2(x2; y2), A3(x3; y3) - вершины треугольника, тогда его площадь выражается формулой:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=S%20=%20\frac%7b1%7d%7b2%7d | |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | |  |  | | --- | --- | | x1-x3 | y1-y3 | | x2-x3 | y2-y3 | |  | |

В правой части стоит определитель второго порядка. Площадь треугольника всегда положительна.  
**Решение**. Принимая A за первую вершину, находим:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | |  |  | | --- | --- | | x1-x3 | y1-y3 | | x2-x3 | y2-y3 | |  | | = | |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | |  |  | | --- | --- | | 6 - (-5) | 5 - 4 | | 5 - (-5) | -4 - 4 | |  | | = |

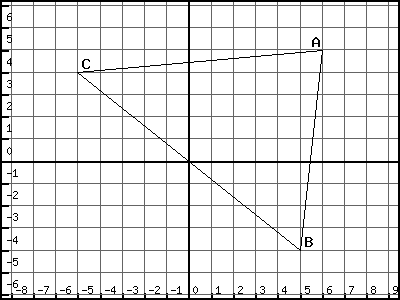
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | |  |  | | --- | --- | | 11 | 1 | | 10 | -8 | |  | | = 11(-8) - 10\*1 = -98 |

По формуле получаем:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=S%20=%20\frac%7b1%7d%7b2%7d\cdot%20%20|-98|%20=%2049  
**7) Уравнение медианы треугольника**  
Обозначим середину стороны BC буквой М. Тогда координаты точки M найдем по формулам деления отрезка пополам.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=x_%7bm%7d%20=%20\frac%7bx_%7bB%7d%20%2B%20x_%7bC%7d%7d%7b2%7d%20=%20\frac%7b5%20%2B%20\left(-5\right)%7d%7b2%7d%20=%200  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=y_%7bm%7d%20=%20\frac%7by_%7bB%7d%20%2B%20y_%7bC%7d%7d%7b2%7d%20=%20\frac%7b-4%20%2B%204%7d%7b2%7d%20=%200  
M(0;0)  
Уравнение медианы AM найдем, используя формулу для уравнения прямой, проходящей через две заданные точки. Медиана AМ проходит через точки A(6;5) и М(0;0), поэтому:  
Каноническое уравнение прямой:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\frac%7bx%20-%206%7d%7b0%20-%206%7d%20=%20\frac%7by%20-%205%7d%7b0%20-%205%7d  
или  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\frac%7bx%20-%206%7d%7b-6%7d%20=%20\frac%7by%20-%205%7d%7b-5%7d  
или  
y = 5/6x или 6y -5x = 0  
Найдем длину медианы.  
Расстояние между двумя точками выражается через координаты формулой:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=|R|%20=%20\sqrt%7b\left(x_%7b2%7d%20-%20x_%7b1%7d\right)%5e%7b2%7d%20%2B%20\left(y_%7b2%7d%20-%20y_%7b1%7d\right)%5e%7b2%7d%7d  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=|AM|%20=%20\sqrt%7b\left(0%20-%206\right)%5e%7b2%7d%20%2B%20\left(0%20-%205\right)%5e%7b2%7d%7d%20=%20\sqrt%7b6%5e%7b2%7d%20%2B%205%5e%7b2%7d%7d%20=%20\sqrt%7b61%7d  
Обозначим середину стороны AC буквой М. Тогда координаты точки M найдем по формулам деления отрезка пополам.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=x_%7bm%7d%20=%20\frac%7bx_%7bA%7d%20%2B%20x_%7bC%7d%7d%7b2%7d%20=%20\frac%7b6%20%2B%20\left(-5\right)%7d%7b2%7d%20=%7b1%20\over%202%7d  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=y_%7bm%7d%20=%20\frac%7by_%7bA%7d%20%2B%20y_%7bC%7d%7d%7b2%7d%20=%20\frac%7b5%20%2B%204%7d%7b2%7d%20=%7b9%20\over%202%7d  
M(1/2;9/2)  
Уравнение медианы BM найдем, используя формулу для уравнения прямой, проходящей через две заданные точки. Медиана BМ проходит через точки B(5;-4) и М(1/2;9/2), поэтому:  
Каноническое уравнение прямой:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\frac%7bx%20-%205%7d%7b%7b1%20\over%202%7d%20-%205%7d%20=%20\frac%7by%20%2B%204%7d%7b%7b9%20\over%202%7d%20-%20\left(-4\right)%7d  
или  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\frac%7bx%20-%205%7d%7b%7b-9%20\over%202%7d%7d%20=%20\frac%7by%20%2B%204%7d%7b%7b17%20\over%202%7d%7d  
или  
y = -17/9x + 49/9 или 9y + 17x - 49 = 0  
Найдем точку пересечения высот.  
Имеем систему из двух уравнений:  
6y -5x = 0  
9y + 17x - 49 = 0  
Из первого уравнения выражаем y и подставим во второе уравнение.  
Получаем:  
x = 2  
y = 5/3  
**9) Уравнение высоты через вершину A**  
Прямая, проходящая через точку N0(x0;y0) и перпендикулярная прямой Ax + By + C = 0 имеет направляющий вектор (A;B) и, значит, представляется уравнениями:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\frac%7bx%20-%20x_%7b0%7d%7d%7bA%7d%20=%20\frac%7by%20-%20y_%7b0%7d%7d%7bB%7d  
Найдем уравнение высоты через вершину A  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\frac%7bx%20-%206%7d%7b4%7d%20=%20\frac%7by%20-%205%7d%7b5%7d  
y = 5/4x - 5/2 или 4y -5x +10 = 0  
Данное уравнение можно найти и другим способом. Для этого найдем угловой коэффициент k1 прямой BC.  
Уравнение BC: y = -4/5x, т.е. k1 = -4/5  
Найдем угловой коэффициент k перпендикуляра из условия перпендикулярности двух прямых: k1\*k = -1.  
Подставляя вместо k1 угловой коэффициент данной прямой, получим :  
-4/5k = -1, откуда k = 5/4  
Так как перпендикуляр проходит через точку A(6,5) и имеет k = 5/4,то будем искать его уравнение в виде: y-y0 = k(x-x0).  
Подставляя x0 = 6, k = 5/4, y0 = 5 получим:  
y-5 = 5/4(x-6)  
или  
y = 5/4x - 5/2 или 4y -5x +10 = 0  
Найдем точку пересечения с прямой BC:  
Имеем систему из двух уравнений:  
5y + 4x = 0  
4y -5x +10 = 0  
Из первого уравнения выражаем y и подставим во второе уравнение.  
Получаем:  
x = 50/41  
y = -40/41  
D(50/41;-40/41)  
Найдем уравнение высоты через вершину B  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\frac%7bx%20-%205%7d%7b-1%7d%20=%20\frac%7by%20-%20\left(-4\right)%7d%7b11%7d  
y = -11x + 51 или y +11x -51 = 0  
Найдем точку пересечения высот.  
Имеем систему из двух уравнений:  
4y -5x +10 = 0  
y +11x -51 = 0  
Из первого уравнения выражаем y и подставим во второе уравнение.  
Получаем:  
x = 214/49  
y = 145/49  
**9) Длина высоты треугольника, проведенной из вершины A**  
Расстояние d от точки M1(x1;y1) до прямой Ax + By + С = 0 равно абсолютному значению величины:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=d%20=%20\frac%7b|A%20x_%7b1%7d%20%2B%20B%20y_%7b1%7d%20%2B%20C|%7d%7b\sqrt%7bA%5e%7b2%7d%20%2B%20B%5e%7b2%7d%7d%7d  
Найдем расстояние между точкой A(6;5) и прямой BC (5y + 4x = 0)  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=d%20=%20\frac%7b|4\cdot%206%20%2B%205\cdot%205%20-%200|%7d%7b\sqrt%7b4%5e%7b2%7d%20%2B%205%5e%7b2%7d%7d%7d  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=d%20=%20\frac%7b49%7d%7b\sqrt%7b41%7d%7d%20=%207.65  
Длину высоты можно вычислить и по другой формуле, как расстояние между точкой A(6;5) и точкой D(50/41;-40/41).  
Расстояние между двумя точками выражается через координаты формулой:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=|R|%20=%20\sqrt%7b\left(x_%7b2%7d%20-%20x_%7b1%7d\right)%5e%7b2%7d%20%2B%20\left(y_%7b2%7d%20-%20y_%7b1%7d\right)%5e%7b2%7d%7d

|AD|=(5041−6)2+(−4041−5)2−−−−−−−−−−−−−−−−−−−−−−√=(19641)2+(24541)2−−−−−−−−−−−−−−−−√=240141−−−−−√=49141−−−√

**10) Уравнение биссектрисы треугольника**  
*Свойства углов*.  
Найдем биссектрису угла A. Точку пересечения биссектрисы со стороной BC обозначим K.  
Уравнение AB: y = 9x -49, уравнение AC: y = 1/11x + 49/11  
Угол φ между двумя прямыми, заданными уравнениями с угловыми коэффициентами y = k1x + b1 и y2 = k2x + b2, вычисляется по формуле:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=tg%20\phi%20%20=%20\frac%7bk_%7b2%7d%20-%20k_%7b1%7d%7d%7b1%20%2B%20k_%7b2%7dk_%7b1%7d%7d  
Угловые коэффициенты данных прямых равны 9 и 1/11. Воспользуемся формулой, причем ее правую часть берем по модулю:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=tg%20\phi%20%20=%20\frac%7b%7b1%20\over%2011%7d%20-%209%7d%7b1%20%2B%7b1%20\over%2011%7d\cdot%209%7d%20=%7b49%20\over%2010%7d  
tg φ = 49/10  
φ = arctg(49/10) = 78.470  
Биссектриса делит угол пополам, следовательно угол BAK ≈ 39.20  
Тангенс угла наклона AB равен 9 (т.к. y = 9x -49). Угол наклона равен 83.70  
∟ BKA ≈ 1800 - (83.70 + 39.20) ≈ 134.430  
Поскольку угол ∟ BKA тупой, то φ = 134.40 - 900 = 44.40  
tg(44.40) = 0.98  
Биссектриса проходит через точку A(6,5), используя формулу, имеем:  
y - y0 = k(x - x0)  
y - 5 = 0.98(x - 6)  
или  
y = 0.98x -0.88

***Треугольник***

A(6, 5); B(5, -4); C(-5, 4)  
  


1. **Нахождение длин сторон треугольника.**  
   Длина стороны АВ = корень((Bx - Ax)2 + (By - Ay)2)
   * Длина стороны АВ: |**АВ**| = √((5 - 6)2 + (-4 - 5)2) = 9.055
   * Длина стороны BC: |**BC**| = √((-5 - 5)2 + (4 - (-4))2) = 12.806
   * Длина стороны CA: |**CA**| = √((6 - (-5))2 + (5 - 4)2) = 11.045
2. **Нахождение внутренних углов треугольника.**  
   Угол А - это угол мужду сторонами (векторами) AB и AC

|  |  |
| --- | --- |
| cos(A) = | ABx·ACx + ABy·ACy |
| |**AB**|·|**AC**| |

1. Здесь вектор **AB** = (ABx   ABy) = (Bx - Ax   By - Ay),  
   вектор **AC** = (ACx   ACy) = (Cx - Ax   Cy - Ay)
   * Угол A  
     **АВ** = (-1   -9)  
     **АC** = (-11   -1)  
     |**АВ**| = √((5 - 6)2 + (-4 - 5)2) = 9.055  
     |**AC**| = √((-5 - 6)2 + (4 - 5)2) = 11.045

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| cos(A) = | -1·(-11) + (-9)·(-1) | = 0.2, тогда угол A = arccos(0.2) = 78.463° |
| 9.055·11.045 |

* + Угол B  
    **BA** = (1   9)  
    **BC** = (-10   8)  
    |**BA**| = √((6 - 5)2 + (5 - (-4))2) = 9.055  
    |**BC**| = √((-5 - 5)2 + (4 - (-4))2) = 12.806

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| cos(B) = | 1·(-10) + 9·8 | = 0.535, тогда угол B = arccos(0.535) = 57.656° |
| 9.055·12.806 |

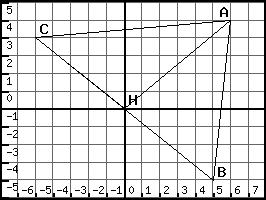
* + Угол C  
    **CA** = (11   1)  
    **CB** = (10   -8)  
    |**CA**| = √((6 - (-5))2 + (5 - 4)2) = 11.045  
    |**CB**| = √((5 - (-5))2 + (-4 - 4)2) = 12.806

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| cos(C) = | 11·10 + 1·(-8) | = 0.721, тогда угол B = arccos(0.721) = 43.863° |
| 11.045·12.806 |

1. **Уравнения высот.**

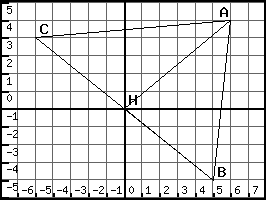
|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Уравнение высоты CHc, проведенной через вершину C к стороне AB : | X - Cx | = | Y - Cy | , |
| CHcx | CHcy |

1. где CHcx и CHcy - координаты направляющего вектора прямой (высоты) CH  
   Чтобы избежать нулей в знаменателе запишем уравнение высоты в виде:  
   (X - Cx)·CHcy=(Y - Cy)·CHcx или   
   X·CHcy-Y·CHcx=Cx·CHcy-Cy·CHcx  
   Условие перпендикулярности двух прямых: **AB**·**CH** = ABx·CHcx + ABy·CHcy = 0  
   Можем положить CHcx=-ABy, CHcy=ABx
   * Уравнение высоты AHa: X·AHay-Y·AHax=Ax·AHay-Ay·AHax



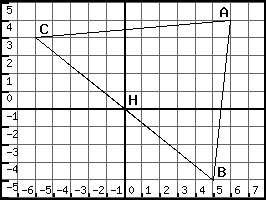
BCx·AHax + BCy·AHay = 0->-10·AHax + 8·AHay = 0  
Полагаем AHax=-BCy=-8, AHay=BCx=-10  
Получаем уравнение высоты AHa: (-10)·x-(-8)·y=6·(-10)-5·(-8)=-20 или 1·x-0.8·y=2

* + Уравнение высоты BHb: X·BHby-Y·BHbx=Bx·BHby-By·BHbx



ACx·BHbx + ACy·BHby = 0->-11·BHbx + (-1)·BHby = 0  
Полагаем BHbx=-ACy=1, BHby=ACx=-11  
Получаем уравнение высоты BHb: (-11)·x-1·y=5·(-11)-(-4)·1=-51 или 1·x-(-0.091)·y=4.636

* + Уравнение высоты CHc: X·CHcy-Y·CHcx=Cx·CHcy-Cy·CHcx



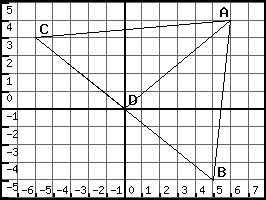
ABx·CHcx + ABy·CHcy = 0->-1·CHcx + (-9)·CHcy = 0  
Полагаем CHcx=-ABy=9, CHcy=ABx=-1  
Получаем уравнение высоты CHc: (-1)·x-9·y=(-5)·(-1)-4·9=-31 или 1·x-(-9)·y=31

1. **Уравнения медиан.**  
   Уравнение медианы, соединяющей вершину C с серединой стороны AB

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Найдем точку Dc - середина стороны AB: Dcx = | Bx + Ax | , Dcy = | By + Ay |
| 2 | 2 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Уравнение медианы CDc: | x - Cx | = | y - Cy |
| Dcx - Cx | Dcy - Cy |

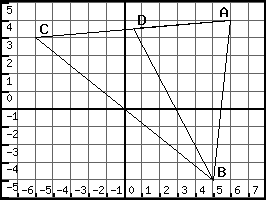
* + Уравнение медианы, соединяющей вершину A с серединой стороны BC



|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Найдем точку Da - середина стороны BC: Dax = | 5 + (-5) | =0 , Day = | -4 + 4 | =0 |
| 2 | 2 |

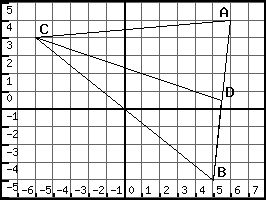
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Уравнение медианы ADa: | x - 6 | = | y - 5 | , | x - 6 | = | y - 5 |
| 0 - 6 | 0 - 5 | -6 | -5 |

* + Уравнение медианы, соединяющей вершину B с серединой стороны CA



|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Найдем точку Db - середина стороны CA: Dbx = | | | | | -5 + 6 | | | =0.5 , Dby = | | 4 + 5 | =4.5 |
| 2 | | | 2 |
| Уравнение медианы BDb: | x - 5 | = | y - (-4) | , | | x - 5 | = | | y - (-4) |
| 0.5 - 5 | 4.5 - (-4) | -4.5 | 8.5 |

* + Уравнение медианы, соединяющей вершину C с серединой стороны AB



|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Найдем точку Dc - середина стороны AB: Dcx = | | | | 6 + 5 | | =5.5 , Dby = | | 5 + (-4) | =0.5 |
| 2 | | 2 |
| Уравнение медианы CDc: | x - (-5) | = | y - 4 | , | x - (-5) | = | y - 4 |
| 5.5 - (-5) | 0.5 - 4 | 10.5 | -3.5 |

1. **Уравнения биссектрис внутренних углов.**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Уравнение биссектрисы внутреннего угла ACB: | x - Cx | = | y - Cy |
| Lcx - Cx | Lcy - Cy |

1. Используем свойство биссектрисы деления стороны на отрезки пропорциональным двум другим его сторонам.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| коэффициент отношения сторон : k = | CA | = | ALc |
| CB | LcB |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Найдем координаты точки Lc : Lcx = | Ax + k·Bx | , Lcy = | Ay + k·By |
| 1 + k | 1 + k |

* + Уравнения биссектрисы внутреннего угла CAB

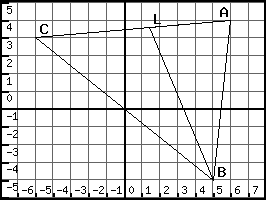


|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| коэффициент отношения сторон : k = | 9.055 | = | BLa | = 0.82 |
| 11.045 | LaC |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Найдем координаты точки La : Lax = | 5 + 0.82·(-5) | = 0.495 , Lay = | -4 + 0.82·4 | = -0.396 |
| 1 + 0.82 | 1 + 0.82 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Уравнение биссектрисы внутреннего угла CAB: | x - 6 | = | y - 5 |
| -5.505 | -5.396 |

* + Уравнения биссектрисы внутреннего угла ABC

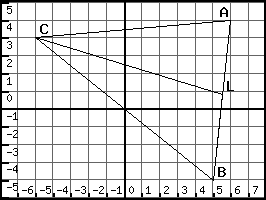


|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| коэффициент отношения сторон : k = | 12.806 | = | BLb | = 1.414 |
| 9.055 | LbA |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Найдем координаты точки Lb : Lbx = | -5 + 1.414·6 | = 1.443 , Lby = | 4 + 1.414·5 | = 4.586 |
| 1 + 1.414 | 1 + 1.414 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Уравнение биссектрисы внутреннего угла CAB: | x - 5 | = | y - (-4) |
| -3.557 | 8.586 |

* + Уравнения биссектрисы внутреннего угла BCA



|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| коэффициент отношения сторон : k = | 11.045 | = | ALc | = 0.862 |
| 12.806 | LcB |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Найдем координаты точки Lc : Lcx = | 6 + 0.862·5 | = 5.537 , Lcy = | 5 + 0.862·(-4) | = 0.834 |
| 1 + 0.862 | 1 + 0.862 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Уравнение биссектрисы внутреннего угла CAB: | x - (-5) | = | y - 4 |
| 10.537 | -3.166 |

1. **Точка пересечения высот треугольника.**  
   Точка пересечения высот  
   CHc 1·x-(-9)·y=31 и   
   AHa 1·x-0.8·y=2  
   Определитель системы равен: Det = 1·(-0.8)-1·9=-9.8   
   По методу Крамера:  
   Dety = 2·1-31·1=-29   
   Detx = 31·(-0.8)-2·9=-42.8

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| x = | Detx | = | -42.8 | = 4.367 |
| Det | -9.8 |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| y = | Dety | = | -29 | = 2.959 |
| Det | -9.8 |

1. Точка будет иметь координаты (4.367, 2.959)
2. **Длины высот.**

|  |  |
| --- | --- |
| Расстояние от точки С до прямой AB находится как: d = | |a·Cx + b·Cy + c| |
| √(a2 + b2) |

1. где a, b и c находятся из уравнения прямой AB:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| AB : | x - Ax | = | y - Ay |
| Bx - Ax | By - Ay |

* + Длина высоты AHa

|  |  |
| --- | --- |
| Расстояние от точки A до прямой BC находится как: d = | |a·6 + b·5 + c| |
| √(a2 + b2) |

* + где a, b и c находятся из уравнения прямой BC:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| BC : | x - 5 | = | y - (-4) | , | x - 5 | = | y - (-4) | , 8·x + 10·y + 0 = 0 |
| 5 - 6 | (-4) - 5 | -1 | -9 |

* + a = 8, b = 10, c = 0

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Длина высоты AHa: d = | |8·6 + 10·5 + 0| | = 7.653 |
| корень(82 + 102) |

* + Длина высоты BHb

|  |  |
| --- | --- |
| Расстояние от точки B до прямой CA находится как: d = | |a·5 + b·(-4) + c| |
| √(a2 + b2) |

* + где a, b и c находятся из уравнения прямой CA: 7

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| CA : | x - (-5) | = | y - 4 | , | x - (-5) | = | y - 4 | , 1·x + (-11)·y + 49 = 0 |
| 5 - 6 | (-4) - 5 | -1 | -9 |

* + a = 1, b = -11, c = 49

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Длина высоты BHb: d = | |1·5 + (-11)·(-4) + 49| | = 8.873 |
| √(12 + (-11)2) |

* + Длина высоты CHc

|  |  |
| --- | --- |
| Расстояние от точки C до прямой AB находится как: d = | |a·(-5) + b·4 + c| |
| √(a2 + b2) |

* + где a, b и c находятся из уравнения прямой BA:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| AB : | x - 6 | = | y - 5 | , | x - 6 | = | y - 5 | , -9·x + 1·y + 49 = 0 |
| 5 - 6 | (-4) - 5 | -1 | -9 |

* + a = -9, b = 1, c = 49

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Длина высоты CHc: d = | |-9·(-5) + 1·4 + 49| | = 10.822 |
| √(-92 + 12) |

1. **Площадь треугольника**  
   Площадь треугольника равна ½·CHc·AB = ½·10.822·9.055 = 48.997
2. **Уравнения сторон**
   * Уравнение стороны AB

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| AB : | x - 6 | = | y - 5 | , | x - 6 | = | y - 5 | , -9·x + 1·y + 49 = 0 |
| 5 - 6 | (-4) - 5 | -1 | -9 |

* + Уравнение стороны BC

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| BC : | x - 5 | = | y - (-4) | , | x - 5 | = | y - (-4) | , 8·x + 10·y + 0 = 0 |
| (-5) - 5 | 4 - (-4) | -10 | 8 |

* + Уравнение стороны CA

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| CA: | x - (-5) | = | y - 4 | , | x - (-5) | = | y - 4 | , 1·x + (-11)·y + 49 = 0 |
| 6 - (-5) | 5 - 4 | 11 | 1 |

Конец формы