Дано уравнение кривой:  
5x2 - 3y2 - 10x - 18y - 37 = 0  
1. Определить тип кривой.  
2. Привести уравнение к каноническому виду и построить кривую в исходной системе координат.  
3. Найти соответствующие преобразования координат.  
**Решение**.  
1. Определение типа кривой.  
Приводим квадратичную форму:  
B = 5x2 - 3y2  
к главным осям, то есть к каноническому виду. Матрица этой квадратичной формы:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| B = | |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | |  |  | | --- | --- | | 5 | 0 | | 0 | -3 | |  | |  |

Находим собственные числа и собственные векторы этой матрицы:  
(5 - λ)x1 + 0y1 = 0  
0x1 + (-3 - λ)y1 = 0  
Характеристическое уравнение:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | |  |  | | --- | --- | | 5 - λ | 0 | | 0 | -3 - λ | |  | | = λ2 - 2λ - 15 = 0 |

λ2 -2 λ - 15 = 0  
D=(-2)2 - 4·1·(-15)=64  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\lambda%20_%7b1%7d%20=%20\frac%7b-(-2)%2B8%7d%7b2\cdot%201%7d%20=%205  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\lambda%20_%7b2%7d%20=%20\frac%7b-(-2)-8%7d%7b2\cdot%201%7d%20=%20-3  
Исходное уравнение определяет гиперболу (λ1 > 0; λ2 < 0)  
Вид квадратичной формы:  
5x2-3y2  
Выделяем полные квадраты:  
для x1:  
5(x12-2·1x1 + 1) -5·1 = 5(x1-1)2-5  
для y1:  
-3(y12+2·3y1 + 32) +3·32 = -3(y1+3)2+27  
В итоге получаем:  
5(x1-1)2-3(y1+3)2 = 15  
Разделим все выражение на 15  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\frac%7b1%7d%7b3%7d(x_%7b1%7d-1)%5e%7b2%7d-\frac%7b1%7d%7b5%7d(y_%7b1%7d%2B3)%5e%7b2%7d%20=%201  
4. Параметры кривой.  
Данное уравнение определяет гиперболу с центром в точке:  
C(1; -3)  
и полуосями:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=a%20=%20\sqrt%7b3%7d%20(deystvitelnaya%20poluost);%20b%20=%20\sqrt%7b5%7d%20(mnimaya%20poluos)  
Найдем координаты ее фокусов: F1(-c;0) и F2(c;0), где c - половина расстояния между фокусами  
Определим параметр c: c2 = a2 + b2 = 3 + 5 = 8  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=c%20=%202\sqrt%7b2%7d  
Тогда эксцентриситет будет равен:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\epsilon%20%20=%20\frac%7bc%7d%7ba%7d%20=%20\frac%7b2\sqrt%7b2%7d%7d%7b\sqrt%7b3%7d%7d  
Асимптотами гиперболы будут прямые:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=y_%7b1%7d%20%2B%20y_%7b0%7d%20=%20\pm%20\frac%7bb%7d%7ba%7d(x_%7b1%7d%20%2B%20x_%7b0%7d)  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=y_%7b1%7d%2B3%20=%20\frac%7b\sqrt%7b5%7d%7d%7b\sqrt%7b3%7d%7d(x_%7b1%7d-1)  
и  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=y_%7b1%7d%2B3%20=%20-%20\frac%7b\sqrt%7b5%7d%7d%7b\sqrt%7b3%7d%7d(x_%7b1%7d-1)  
Директрисами гиперболы будут прямые:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=(x_%7b1%7d%20%2B%20x_%7b0%7d)%20=%20\pm%20%20\frac%7ba%7d%7b\epsilon%20%7d  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=(x_%7b1%7d-1)%20=%20\pm%20%20\frac%7b3%7d%7b2\sqrt%7b2%7d%7d



