

**Задание:** Сократить дробь:  $\frac{6x^2-x-1}{9x^2-1}$

### Решение

1. Запишем отдельно числитель:

$$6x^2 - x - 1 = 0$$

Свободный член:  $-1$

Будем подставлять их по очереди в исходное равенство до получения равенства:

Делитель свободного члена:  $-1; 1$

- При  $x = -1$  имеем  $6 \cdot (-1)^2 - (-1) - 1 = 6 + 1 - 1 = 6$  – не подходит
- При  $x = 1$  имеем  $6 \cdot 1^2 - 1 - 1 = 6 - 2 = 4$  – не подходит

Так как ни один из делителей не подошел, поэтому решим квадратное уравнение через дискриминант:

$$a = 6; b = -1; c = -1$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = (-1)^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-1) = 1 + 24 = 25 = 5^2$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{-(-1) + \sqrt{25}}{2 \cdot 6} = \frac{1 + 5}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} = 0.5$$

$$x_2 = \frac{-(-1) - \sqrt{25}}{2 \cdot 6} = \frac{1 - 5}{12} = -\frac{4}{12} = -\frac{1}{3}$$

Решение квадратного уравнения в общем виде:

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

Подставим свои значения:

$$6x^2 - x - 1 = 6 \left(x - \frac{1}{2}\right) \left(x + \frac{1}{3}\right)$$

- При  $x = \frac{1}{2}$  имеем  $6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} - 1 = 1.5 - 1.5 = 0$  – подходит

Разделим квадратное уравнение  $6x^2 - x - 1$  на  $x - \frac{1}{2}$  столбиком:

$$\begin{array}{r|l} 6x^2 - x - 1 & x - \frac{1}{2} \\ - & \hline 6x^2 - 3x & 6x + 2 \\ - & \\ 2x - 1 & \\ - & \\ 2x - 1 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\text{Получаем: } 6x^2 - x - 1 = \left(x - \frac{1}{2}\right) \cdot (6x + 2) = 2 \left(x - \frac{1}{2}\right) \cdot (3x + 1)$$

- При  $x = -\frac{1}{3}$  имеем  $6 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - \left(-\frac{1}{3}\right) - 1 = \frac{6}{9} + \frac{1-3}{3} = \frac{2}{3} - \frac{2}{3} = 0$  – подходит

Разделим квадратное уравнение  $6x^2 - x - 1$  на  $x + \frac{1}{3}$  столбиком:

$$\begin{array}{r|l} 6x^2 - x - 1 & x + \frac{1}{3} \\ - & \hline 6x^2 + 2x & 6x - 3 \\ - & \\ -3x - 1 & \\ - & \\ -3x - 1 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\text{Получаем: } 6x^2 - x - 1 = \left(x + \frac{1}{3}\right) \cdot (6x - 3) = 3 \left(x + \frac{1}{3}\right) \cdot (2x - 1)$$

Для сокращения нам больше подойдет первый вариант:

$$6x^2 - x - 1 = 2 \left(x - \frac{1}{2}\right) \cdot (3x + 1)$$

2. Запишем отдельно знаменатель и преобразуем по правилам сокращенного умножения:

$$9x^2 - 1 = 0$$

$$(3x - 1)(3x + 1) = 0$$

3. Запишем преобразованные числитель и знаменатель вместе:

$$\frac{2\left(x - \frac{1}{2}\right) \cdot \cancel{(3x + 1)}}{(3x - 1)\cancel{(3x + 1)}} = \frac{2\left(x - \frac{1}{2}\right)}{3x - 1} = \frac{2x - 1}{3x - 1}$$

**Ответ:**  $\frac{2x-1}{3x-1}$