

$$\begin{aligned}
 a) \log_2 x + \log_3 x &< \log_3 6 \Rightarrow \log_3 3 \cdot \log_2 x + \log_3 x < \log_3 6 \Rightarrow ① \\
 &\Rightarrow \log_3 x \cdot \log_2 3 + \log_3 x < \log_3 6 \Rightarrow \log_3 x (\log_2 3 + 1) < \log_3 6 \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \log_3 x (\log_2 3 + \log_2 2) < \log_3 6 \Rightarrow \log_3 x \cdot \log_2 6 < \log_3 6 \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \log_3 x < \frac{\log_3 6}{\log_2 6} \Rightarrow \log_3 x < \frac{\log_6 2}{\log_6 3} \Rightarrow \log_3 x < \log_3 2 \Rightarrow \\
 &\Rightarrow x < 2. \quad \text{ОДЗ: } x > 0
 \end{aligned}$$

Следовательно $x \in (0; 2)$

$$\delta) \log_3 x + 2 \log_9 x + 3 \log_{27} x \leq 3 \quad \text{ОДЗ: } x > 0$$

$$\begin{aligned}
 &\log_3 x + 2 \log_{3^2} x + 3 \log_{3^3} x \leq 3 \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \log_3 x + \frac{2}{2} \log_3 x + \frac{3}{3} \log_3 x \leq 3 \Rightarrow 3 \log_3 x \leq 3 \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \log_3 x \leq 1 \Rightarrow x \leq 3. \quad \text{Учитывая ОДЗ, получим} \\
 &\quad x \in (0; 3]
 \end{aligned}$$

$$\text{б) } 3 \log_{\sqrt{2}} x - 4 \log_2 x + 4 \log_4 x \geq 8 \quad \text{ОДЗ: } x > 0$$

$$\begin{aligned}
 &3 \log_{2^{\frac{1}{2}}} x - 4 \log_2 x + 4 \log_{2^2} x \geq 8 \Rightarrow \\
 &\Rightarrow 6 \log_2 x - 4 \log_2 x + 2 \log_2 x \geq 8 \Rightarrow 4 \log_2 x \geq 8 \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \log_2 x \geq 2 \Rightarrow x \geq 4 \quad x \in [4; \infty)
 \end{aligned}$$

$$\text{з) } 5 \log_{\sqrt{3}} x - 4 \log_{\sqrt{3}} x + 4 \log_9 x \leq 8 \quad \text{ОДЗ: } x > 0$$

$$\begin{aligned}
 &5 \log_{3^{\frac{1}{2}}} x - 4 \log_{3^{\frac{1}{2}}} x + 4 \log_{3^2} x \leq 8 \Rightarrow \\
 &\Rightarrow 10 \log_3 x - 8 \log_3 x + 2 \log_3 x \leq 8 \Rightarrow 4 \log_3 x \leq 8 \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \log_3 x \leq 2 \Rightarrow x \leq 9 \quad \text{Учитывая ОДЗ, получим} \\
 &\quad x \in (0; 9]
 \end{aligned}$$

$$a) 5 \log_2 x > 20 \quad \underline{OZS: x > 0} \rightarrow \text{на бс} \quad (2)$$

$$\log_2 x > 4 \Rightarrow x > 16 \quad x \in (16; \infty)$$

$$б) -4 \log_5 x < -12 \Rightarrow \log_5 x > 3 \Rightarrow x > 5^3$$

$$x \in (125; \infty)$$

$$в) 3 \log_7 x \geq 6 \Rightarrow \log_7 x \geq 2 \Rightarrow x \geq 49 \quad x \in [49; \infty)$$

$$г) 3 \log_{0,2} x > -6 \Rightarrow \log_{\frac{1}{5}} x > -2 \Rightarrow x > 25 \quad x \in (25; \infty)$$

$$д) -6 \log_{0,5} x < -6 \Rightarrow \log_{0,5} x > 1 \Rightarrow x > 0,5$$

$$е) -3 \log_{\frac{1}{4}} x \leq 6 \Rightarrow \log_{\frac{1}{4}} x \geq -2 \quad x \geq 16 \quad x \in [16; \infty)$$