

Привести уравнение $7x^2 - 5y^2 - 14x - 20y + 22 = 0$ к простейшему виду. Определить тип и расположение линии второго порядка, найти координаты фокусов. Сделать чертеж.

Выполняем преобразования

$$\begin{aligned}7x^2 - 14x - 5y^2 - 20y + 22 &= 0 \\(7x^2 - 14x + 7) - (5y^2 + 20y + 20) + 35 &= 0 \\ \frac{7}{35}(x^2 - 2x + 1) - \frac{5}{35}(y^2 + 4y + 4) &= -1 \\ \frac{(x-1)^2}{5} - \frac{(y+2)^2}{7} &= -1 \\ -\frac{(x-1)^2}{(\sqrt{5})^2} + \frac{(y+2)^2}{(\sqrt{7})^2} &= 1\end{aligned}$$

Простейший вид уравнения получен. Здесь

$$x_0 = 1; \quad y_0 = -2; \quad a = \sqrt{5}; \quad b = \sqrt{7}$$

Полученное уравнение определяет гиперболу с мнимой полуосью «а» и действительной полуосью «b». Если сравнивать его с каноническим видом, то видно, что координатные оси как бы «поменялись местами».

Вершина гиперболы находится в точке (1;-2)

Расстояния от центра симметрии до фокусов рассчитывается по формуле

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{5 + 7} = \sqrt{35}$$

Фокусы имеют координаты $F_1(x_0; c + y_0)$; $F_2(x_0; -c + y_0)$

$$F_1(1; -2 + \sqrt{35}); F_2(1; -2 - \sqrt{35}); \quad [F_1(1; \approx 3,92); F_2(1; \approx -7,92)]$$

Вершины будут расположены в точках $A_1(x_0; b + y_0)$; $A_2(x_0; -b + y_0)$:

$$A_1(1; -2 + \sqrt{7}); A_2(1; -2 - \sqrt{7})$$

Уравнения асимптот отыскиваются по формулам

$$y - y_0 = \pm \frac{b}{a}(x - x_0)$$

$$y + 2 = \pm \sqrt{\frac{7}{5}}(x - 1)$$

$$1) y = \sqrt{1.4} \cdot x - \sqrt{1.4} - 2$$

$$2) y = -\sqrt{1.4} \cdot x + \sqrt{1.4} - 2$$

Строим график

