

*Дана функция* y(x) = 2x3 - 9x2 + 12x - 5.

1) Область определения функции. Так как функция не имеет дроби или корня, то нет ограничения в области её определения.

D(y) = (−∞; +∞).

2) Четность и нечетность функции:

Проверим функцию - четна или нечетна с помощью соотношений f(x)=f(-x) и f(x)=-f(x). Итак, проверяем:

3начит, функция не является ни чётной, ни нечётной.

3) Определим точки пересечения графика функции с осями координат.

Найдем точки пересечения с осью ординат Oy, для чего приравниваем x = 0: у = 2\*03 - 39\*02 + 12\*0 - 5 = -5.

Таким образом, точка пересечения с осью Oy имеет координаты (0; -5).

Найдем точки пересечения с осью абсцисс Ox, для чего надо решить кубическое уравнение 2x3 - 9x2 + 12x - 5 = 0.

Иногда корнями кубического уравнения являются множители свободного члена. Это +-1 и +-5.

Делителями старшего коэффициента являются числа: ±1, ±2.  
  
Значит, корни исходного уравнения могут быть среди чисел: ±1, ±5,

± 1/2, ±5/2.

Проверяем.

2\*(-1)3 – 9\*(-1)2 + 12\*(-1) - 5 = -2 – 9 – 12 – 5 = -28,

2\*13 – 9\*12 + 12\*1 - 5 = 2 – 9 + 12 – 5 = 0,

2\*(-5)3 – 9\*(-5)2 + 12\*(-5) - 5 = -250 – 225 – 60 – 5 = -545,

2\*53 – 9\*52 + 12\*5 - 5 = 250 – 225 + 60 – 5 = 80.

2\*(-1/2)3 – 9\*(-1/2)2 + 12\*(-1/2) - 5 = (-1/4) + (9/4) - 6 – 5 = -9.

2\*(1/2)3 – 9\*(1/2)2 + 12\*(1/2) - 5 = (1/4) - (9/4) + 6 – 5 = -1.

2\*(-5/2)3 – 9\*(-5/2)2 + 12\*(-5/2) - 5 = (-125/4) + (225/4) – 30 – 5 = -10,

2\*(5/2)3 – 9\*(5/2)2 + 12\*(5/2) - 5 = (125/4) - (225/4) + 30 – 5 = 0.

Найдено два корня: х = 1 и х = (5/2).

Должно ыть три корня.

Разделим заданную функцию на двучлен (х – 1).

2x3 - 9x2 + 12x - 5 | x – 1

2x3 - 2x2 2x2 - 7x + 5

- 7x2 + 12x

- 7x2 + 7x

5x - 5

5x – 5

0

Получили разложение многочлена: 2x3 - 9x2 + 12x - 5 = (x- 1)(2x2 - 7x + 5).

Находим корни квадратного трёхчлена.

2x2 - 7x + 5 = 0. D = 49 – 4\*2\*5 = 9.

x2 = (7 -3)/4 = 1, x3 = (7 +3)/4 = (5/2).

Значит, корень х = 1 повторяется дважды, а график функции пересекает ось Ох в двух точках: х = 1 и х = (5/2).

4) Стационарные точки , интервалы возрастания и убывания функции , экстремумы функции

Исследуем функцию на экстремумы и монотонность. Для этого найдем первую производную функции:

y’ = (2x3 - 9x2 + 12x - 5)’ = 6x2 - 18х + 12 = 6(x2 - 3 x + 2).

Приравняем первую производную к нулю и найдем стационарные точки (в которых y′=0):  6(x2- 3 x + 2) = 0. Приравниваем нулю выражение в скобках.

x2 - 3 x + 2 = 0, D = 9 – 4\*2 = 1.

x1 = (3 – 1)/2 = 1, х2 = (3 + 1)/2 =2.

Получили две критических точки:  х = 1 и х = 2.

Разобьем всю область определения функции на интервалы данными точками и определим знаки производной в каждом промежутке:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x = | 0 | 1 | 1,5 | 0 | 1 |
| y' = | 12 | 0 | -1.5 | 0 | 12 |

При x ∈ (1; 2) производная y′ < 0, поэтому функция убывает на данном промежутке.

При x ∈ (-∞; 1) U (2; ∞) производная y′ > 0, функция возрастает на данных промежутках. При этом x = 1 - точка локального максимума (функция возрастает, а потом убывает), x = 2 - точка локального минимума (функция убывает, а потом возрастает).

5) Выпуклость и точки перегиба.

Вычисляем вторую производную.

y’’(x) = (6x2 - 18x + 12)’ = 12x - 18.

Приравниваем её нулю: 12х - 18 = 0 или 6(2х - 3) = 0.

Отсюда находим точку перегиба графика функции:

2х - 3 = 0,

х = 3/2.

Исследуем знак производной на интервалах, на которые критическая точка делит область определения функции. y’’(x) = 12x - 18.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| x = | 1 | 3/2 | 2 |
| y' = | -6 | 0 | 6 |

Если вторая производная http://mathprofi.ru/k/vypuklost_vognutost_tochki_peregiba_grafika_clip_image026.gif на интервале, то график функции http://mathprofi.ru/k/vypuklost_vognutost_tochki_peregiba_grafika_clip_image028.gif является выпуклым на данном интервале.

Если вторая производная http://mathprofi.ru/k/vypuklost_vognutost_tochki_peregiba_grafika_clip_image030.gif на интервале, то график функции http://mathprofi.ru/k/vypuklost_vognutost_tochki_peregiba_grafika_clip_image028_0000.gif является вогнутым на данном интервале.

Функция выпукла вверх на интервале (-∞; (3/2)) , выпукла вниз на интервале ((3/2); +∞).

6) Асимптоты.

Так как , асимптот нет.

7) Дополнительные точки для построения графика функции

y(x) = 2x3 - 9x2 + 12x - 5:

|  |  |
| --- | --- |
| **x** | **y** |

|  |  |
| --- | --- |
| -1.0 | -28 |
| -0.5 | -13.5 |
| 0 | -5 |
| 0.5 | -1 |
| 1.0 | 0 |
| 1.5 | -0.5 |
| 2.0 | -1 |
| 2.5 | 0 |
| 3.0 | 4 |
| 3.5 | 12.5 |
| 4.0 | 27 |

8) По полученным данным строим график, и отметим характерные точки (пересечения с осями и экстремумы).

