

*Дана функция* y(x) = 2x3 - 9x2 + 12x - 5.

1) Область определения функции. Так как функция не имеет дроби или корня, то нет ограничения в области её определения.

D(y) = (−∞; +∞).

2) Четность и нечетность функции:

Проверим функцию - четна или нечетна с помощью соотношений f(x)=f(-x) и f(x)=-f(x). Итак, проверяем:

 $f\left(-x\right)=2\left(-x\right)^{3}-9\*\left(-x\right)^{2}+12\*\left(-x\right)-5=-2x^{3}-9x^{2}-12x-5\ne f\left(x\right)\ne -f\left(x\right).$

3начит, функция не является ни чётной, ни нечётной.

3) Определим точки пересечения графика функции с осями координат.

Найдем точки пересечения с осью ординат Oy, для чего приравниваем x = 0: у = 2\*03 - 39\*02 + 12\*0 - 5 = -5.

Таким образом, точка пересечения с осью Oy имеет координаты (0; -5).

Найдем точки пересечения с осью абсцисс Ox, для чего надо решить кубическое уравнение 2x3 - 9x2 + 12x - 5 = 0.

Иногда корнями кубического уравнения являются множители свободного члена. Это +-1 и +-5.

Делителями старшего коэффициента являются числа: ±1, ±2.

Значит, корни исходного уравнения могут быть среди чисел: ±1, ±5,

± 1/2, ±5/2.

Проверяем.

2\*(-1)3 – 9\*(-1)2 + 12\*(-1) - 5 = -2 – 9 – 12 – 5 = -28,

2\*13 – 9\*12 + 12\*1 - 5 = 2 – 9 + 12 – 5 = 0,

2\*(-5)3 – 9\*(-5)2 + 12\*(-5) - 5 = -250 – 225 – 60 – 5 = -545,

2\*53 – 9\*52 + 12\*5 - 5 = 250 – 225 + 60 – 5 = 80.

2\*(-1/2)3 – 9\*(-1/2)2 + 12\*(-1/2) - 5 = (-1/4) + (9/4) - 6 – 5 = -9.

2\*(1/2)3 – 9\*(1/2)2 + 12\*(1/2) - 5 = (1/4) - (9/4) + 6 – 5 = -1.

2\*(-5/2)3 – 9\*(-5/2)2 + 12\*(-5/2) - 5 = (-125/4) + (225/4) – 30 – 5 = -10,

2\*(5/2)3 – 9\*(5/2)2 + 12\*(5/2) - 5 = (125/4) - (225/4) + 30 – 5 = 0.

Найдено два корня: х = 1 и х = (5/2).

Должно ыть три корня.

Разделим заданную функцию на двучлен (х – 1).

2x3 - 9x2 + 12x - 5 | x – 1

2x3 - 2x2 2x2 - 7x + 5

 - 7x2 + 12x

 - 7x2 + 7x

 5x - 5

 5x – 5

 0

Получили разложение многочлена: 2x3 - 9x2 + 12x - 5 = (x- 1)(2x2 - 7x + 5).

Находим корни квадратного трёхчлена.

2x2 - 7x + 5 = 0. D = 49 – 4\*2\*5 = 9.

x2 = (7 -3)/4 = 1, x3 = (7 +3)/4 = (5/2).

Значит, корень х = 1 повторяется дважды, а график функции пересекает ось Ох в двух точках: х = 1 и х = (5/2).

4) Стационарные точки , интервалы возрастания и убывания функции , экстремумы функции

Исследуем функцию на экстремумы и монотонность. Для этого найдем первую производную функции:

y’ = (2x3 - 9x2 + 12x - 5)’ = 6x2 - 18х + 12 = 6(x2 - 3 x + 2).

Приравняем первую производную к нулю и найдем стационарные точки (в которых y′=0):  6(x2- 3 x + 2) = 0. Приравниваем нулю выражение в скобках.

x2 - 3 x + 2 = 0, D = 9 – 4\*2 = 1.

x1 = (3 – 1)/2 = 1, х2 = (3 + 1)/2 =2.

Получили две критических точки:  х = 1 и х = 2.

Разобьем всю область определения функции на интервалы данными точками и определим знаки производной в каждом промежутке:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x = | 0 | 1 | 1,5 | 0 | 1 |
| y' = | 12 | 0 | -1.5 | 0 | 12 |

При x ∈ (1; 2) производная y′ < 0, поэтому функция убывает на данном промежутке.

При x ∈ (-∞; 1) U (2; ∞) производная y′ > 0, функция возрастает на данных промежутках. При этом x = 1 - точка локального максимума (функция возрастает, а потом убывает), x = 2 - точка локального минимума (функция убывает, а потом возрастает).

5) Выпуклость и точки перегиба.

Вычисляем вторую производную.

y’’(x) = (6x2 - 18x + 12)’ = 12x - 18.

Приравниваем её нулю: 12х - 18 = 0 или 6(2х - 3) = 0.

Отсюда находим точку перегиба графика функции:

2х - 3 = 0,

х = 3/2.

Исследуем знак производной на интервалах, на которые критическая точка делит область определения функции. y’’(x) = 12x - 18.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  x = | 1 | 3/2 | 2 |
| y' = | -6 | 0 | 6 |

 Если вторая производная  на интервале, то график функции  является выпуклым на данном интервале.

Если вторая производная  на интервале, то график функции  является вогнутым на данном интервале.

Функция выпукла вверх на интервале (-∞; (3/2)) , выпукла вниз на интервале ((3/2); +∞).

6) Асимптоты.

Так как $\lim\_{x\to \infty }\frac{y}{x}=\lim\_{x\to \infty }\frac{2x^{3}-9x^{2}+12x-5}{x}=\lim\_{x\to \infty }2x^{2}-9x+12-\frac{5}{x}=\infty $, асимптот нет.

7) Дополнительные точки для построения графика функции

y(x) = 2x3 - 9x2 + 12x - 5:

|  |  |
| --- | --- |
| **x** | **y** |

|  |  |
| --- | --- |
| -1.0 | -28 |
| -0.5 | -13.5 |
| 0 | -5 |
| 0.5 | -1 |
| 1.0 | 0 |
| 1.5 | -0.5 |
| 2.0 | -1 |
| 2.5 | 0 |
| 3.0 | 4 |
| 3.5 | 12.5 |
| 4.0 | 27 |

8) По полученным данным строим график, и отметим характерные точки (пересечения с осями и экстремумы).

