Практическое занятие № 34

Тема: Перпендикулярность прямых и плоскостей

Цель: формирование умений и навыков решения вычислительных задач и задач на доказательств по теме «Перпендикулярность прямых и плоскостей в пространстве».

Результаты освоения содержания: Л1-Л8; М1-М7; П1-П3, П6, П8

Порядок выполнения работы:

1) ознакомьтесь с рекомендациями, имеющимися по данной теме;
2) решите предложенные задания (решение следует излагать подробно и аккуратно, сопровождая необходимыми комментариями);
3) представьте результаты своей работы преподавателю.

Критерии оценивания:

Оценка	Процент выполнения
«3» - удовлетворительно	60% - 74%
«4» - хорошо	75% - 89%
«5» - отлично	90% - 100%

Краткое изложение теоретических вопросов:

1. Перпендикулярность прямой и плоскости.

Две прямые называются перпендикулярными, если угол между ними равен 90^0. Перпендикулярные прямые могут пересекаться и могут быть скрещивающимися.

Теорема 1. Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к третьей, то и другая прямая перпендикулярна к этой прямой.

Прямая называется перпендикулярной плоскости, если она перпендикулярна к любой прямой, лежащей в этой плоскости.

Теорема 2. Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к плоскости, то и другая прямая перпендикулярна к этой плоскости.

Теорема 3. Если две прямые перпендикулярны к плоскости, то они параллельны.

Признак. Если прямая перпендикулярна к двум пересекающимся прямым, лежащим в плоскости, то она перпендикулярна к этой плоскости.

Теорема 4. Через любую точку пространства проходит прямая, перпендикулярная к данной плоскости, и притом только одна.

2. Перпендикуляр и наклонные. Угол между прямой и плоскостью.

Рассмотрим плоскость α и не лежащую в этой плоскости точку А. Проведем через эту точку прямую, перпендикулярную плоскости α. Прямая пересечет плоскость в точке Н (рис. 1). Отрезок АН называется перпендикуляром, проведенным из точки А к плоскости α. Точка Н называется основанием перпендикуляра.

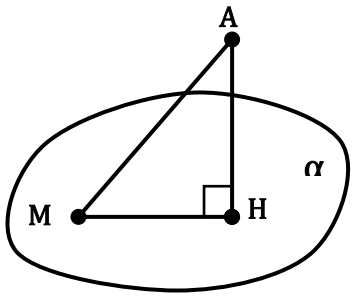


Рис. 1

Отметим в плоскости α точку М, отличную от Н, и проведем отрезок АМ.

Отрезок АМ называется наклонной, проведенной из точки А к плоскости α. Точка М называется основанием наклонной. Отрезок НМ называется проекцией наклонной на плоскость α.

Утверждение. Перпендикуляр, проведенный из данной точки к плоскости, меньше любой наклонной, проведенной из той же точки.

Длина перпендикуляра, проведенного из данной точки к плоскости, называется расстоянием между данной точки и плоскостью.

Если две плоскости параллельны, то все точки одной плоскости равноудалены от другой плоскости.

Расстоянием между параллельными плоскостями называется расстояние от любой точки одной из плоскостей до другой.

Если прямая параллельна плоскости, то все точки прямой равноудалены от этой плоскости.

Расстоянием между прямой и параллельной ей плоскостью, называется расстояние от любой точки этой прямой до плоскости.

Общим перпендикуляром двух скрещивающихся прямых называется отрезок, перпендикулярный каждой прямой.

Расстоянием между скрещивающимися прямыми называется длина их общего перпендикуляра.

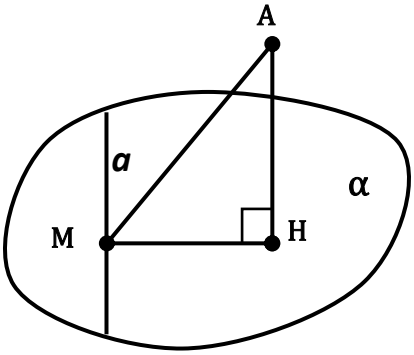


Рис. 2

Теорема о трех перпендикулярах 5. Если прямая, проведенная на плоскости через основание наклонной, перпендикулярна ее проекции, то она перпендикулярна и наклонной (рис. 2).

Теорема обратная 6. Если прямая на плоскости перпендикулярна наклонной, то она перпендикулярна и проекции наклонной.

Углом между прямой и плоскостью, не перпендикулярной данной прямой, называется угол между прямой и ее проекцией на плоскость.

3. Двугранный угол. Перпендикулярность плоскостей.

Любая прямая, проведенная в данной плоскости, делит эту плоскость на две полуплоскости.

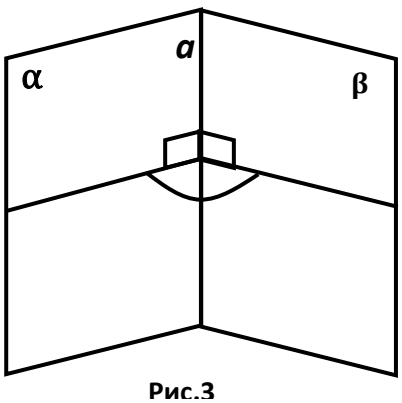


Рис.3

Двугранным углом называется фигура, образованная двумя полуплоскостями с общей ограничивающей их прямой. Полуплоскости называются гранями, а ограничивающая их прямая – ребром двугранного угла (рис. 3).

Если из точки ребра двугранного угла в каждой грани провести лучи, перпендикулярные ребру, то получим линейный угол двугранного угла.

Все линейные углы двугранного угла равны между собой.

За меру двугранного угла принимают меру соответствующего линейного угла.

Две пересекающиеся плоскости образуют четыре двугранных угла. Наименьший двугранный угол, называется углом между плоскостями.

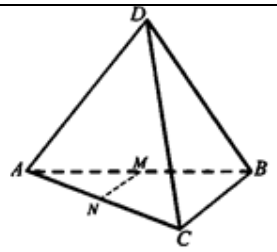
Две пересекающиеся плоскости называются перпендикулярными, если угол между ними равен 90^0.

Теорема 7. Если одна плоскость проходит через прямую, перпендикулярную другой плоскости, то эти плоскости перпендикулярны.

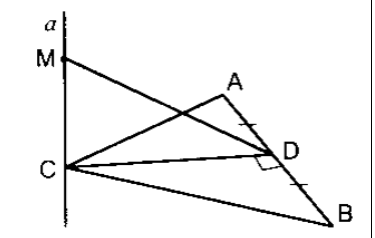
Следствие. Плоскость, перпендикулярная к прямой, по которой пересекаются две другие плоскости, перпендикулярна каждой из этих плоскостей.

Задания практической работы:

1. В тетраэдре ABCD известно, что BC⊥AD. Докажите, что AD⊥MN, где M и N — середины ребер AB и AC.

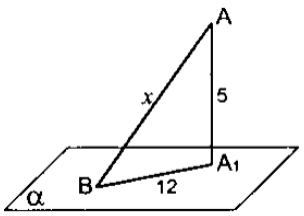


2. Прямая a перпендикулярна плоскости (ABC). $\angle ACB$ - прямой, $AC = 4$, $MD = 3$. Найдите MC.

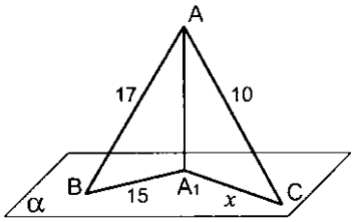


3. Для рисунков а-в найдите x, если AA_1 – перпендикуляр к плоскости α, AB и AC – наклонные.

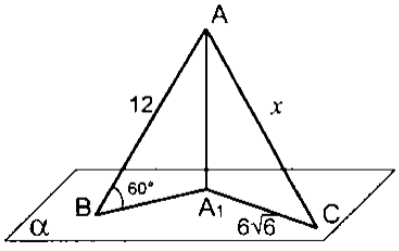
а)

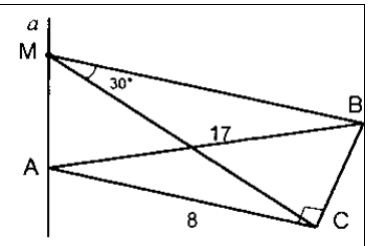


б)



в)



4. Прямая a перпендикулярна плоскости (ABC). Найдите MB, если AB =17, AC = 8, . $\angle BMC = 30°$	
5. Плоскости α и β перпендикулярны. Найдите расстояние между прямой BC и плоскостью (ADF).	