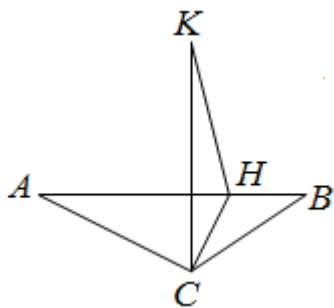


4.  $ABC$  – прямоугольный треугольник.  $\angle C = 90^\circ$ ,  $CK \perp ABC$ ,  $CK = c$ ,  $AC = a$ ,  $BC = b$ . Найди расстояние от т.К до гипотенузы  $AB$ .



Из точки  $K$  опустим перпендикуляр  $KH$  к гипотенузе  $AB$  треугольника  $ABC$  ( $KH$  – расстояние от точки  $K$  до  $AB$ ). Т.к.  $CK \perp ABC$  и  $CH \in ABC$ , то  $CK \perp CH$  и  $KH$  – гипотенуза прямоугольного треугольника  $CKH$ . По теореме Пифагора:  $KH^2 = CH^2 + CK^2 = CH^2 + c^2$ .

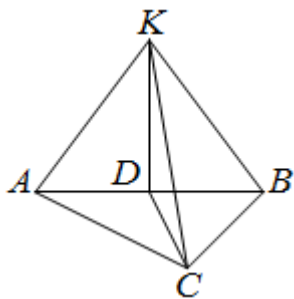
По этой же теореме:  $AB^2 = AC^2 + BC^2 = a^2 + b^2$ . Отсюда  $AB = \sqrt{a^2 + b^2}$ .

По теореме о трёх перпендикулярах  $CH \perp AB$ , т.е.  $CH$  – высота к гипотенузе  $AB$  треугольника  $ABC$ . Площадь треугольника  $ABC$ :  $S_{\triangle ABC} = \frac{AC \cdot BC}{2} = \frac{AB \cdot CH}{2} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{ab}{2} = \frac{\sqrt{a^2 + b^2} \cdot CH}{2} \Rightarrow CH = \frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}} \Rightarrow CH^2 = \frac{a^2 b^2}{a^2 + b^2}. \text{ Значит,}$$

$$KH^2 = \frac{a^2 b^2}{a^2 + b^2} + c^2 = \frac{a^2 b^2 + a^2 c^2 + b^2 c^2}{a^2 + b^2} \Rightarrow KH = \sqrt{\frac{a^2 b^2 + a^2 c^2 + b^2 c^2}{a^2 + b^2}}.$$

5.  $ABC$  – прямоугольный треугольник.  $\angle C = 90^\circ$ .  $D$  – середина гипотенузы.  $DK \perp ABC$ . Найди расстояние от т.К до вершин треугольника  $ABC$ , если  $DK = c$ ,  $AC = a$ ,  $BC = b$ .



Т.к.  $D$  – середина гипотенузы, то  $CD$  – медиана к гипотенузе, и по свойствам прямоугольного треугольника  $CD = \frac{AB}{2}$ .

Значит  $AD = BD = CD = \frac{AB}{2}$ . Т.к.  $DK \perp ABC$ , то  $DK \perp AB$  и  $DK \perp CD$ . Следовательно, треугольники  $AKD$ ,  $BKD$  и  $CKD$  – прямоугольные, и они равны по 1-му признаку равенства

прямоугольных треугольников: катет  $DK$  – общий, и  $AD = BD = CD$ . Поэтому  $AK = BK = CK$ . По теореме Пифагора

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow AB = \sqrt{a^2 + b^2} \Rightarrow AD = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2}.$$

По этой же теореме  $AK^2 = DK^2 + AD^2 = c^2 + \frac{a^2 + b^2}{4} = \frac{a^2 + b^2 + 4c^2}{4}$  и

$$AK = BK = CK = \sqrt{\frac{a^2 + b^2 + 4c^2}{4}}.$$