Реферат на тему:

СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

Содержание

Введение

Происхождение десятичной системы счисления

Другие системы счисления и их происхождение

Двенадцатеричная система.

Шестидесятеричная система

Арифметические действия в различных системах счисления

Заключение

Введение.

«Из подъезда вышел человек лет около 49; пройдя по улице метров 196, он зашел в магазин, купил там две семерки яиц и пошел дальше...». Не правда ли, такое описание звучит несколько странно? Когда мы оцениваем какую-то величину - возраст человека, расстояние и т.п. - приблизительно, то мы всегда пользуемся круглыми числами и говорим обычно «метров 200», человек лет 50» и т.п.

Вообще с круглыми числами легче оперировать, чем с некруглыми, их легче запомнить, с ними удобнее производить арифметические действия. Например, ни для кого не составит труда умножить в уме 100 на 200, если же нужно перемножить два некруглых трехзначных числа, скажем 147 и 343, то далеко не всякий сделает это без карандаша и бумаги.

        Говоря о круглых числах, мы обычно не отдаем себе отчета в том, что деление чисел на круглые и некруглые, по существу условно. Одно и то же число может быть круглым или некруглым в зависимости от того, какой системой записи числа или, как обычно говорят, какой системой счисления мы пользуемся.

        Чтобы разобраться в этом вопросе, посмотрим, прежде всего, что представляет собой наша обычная десятичная система счисления, которой мы все пользуемся. В этой системе каждое целое положительное число представляется в виде суммы различных степеней числа 10 с коэффициентами, могут принимать значения от 0 до 9 включительно.

        Например, запись 2548 означает, что рассматриваемое число содержит 8 единиц, 4 десятка, 5 сотен и 2 тысячи, т.е. 2548 - это сокращенное обозначение выражения

        Однако можно было бы с таким же успехом представить каждое число в виде комбинации степеней не числа 10, а какого - либо другого целого числа (кроме 1), например, числа 8. В этой системе, называемой «восьмеричной системой счисления» или «системой счисления с основанием 8», мы вели бы счет от 0 до 7 обычным образом, а число 8 приняли бы за единицу следующего разряда. Его естественно обозначить в нашей новой восьмеричной системе символом 10 (единица второго разряда). Чтобы не путать это обозначение с десятичным числом 10, припишем к нему значок 8, т.е. окончательно вместо 8 будем писать .

        Единицами следующих разрядов должны служить числа 8 , 8 и т.д. Их естественно обозначить  и т.д.

        Восьмеричная система не имеет сколько-нибудь широкого распространения и никак не может конкурировать с повсеместно распространенной десятичной системой.

Происхождение десятичной системы счисления

        Почему именно числу 10 отведена такая привилегированная роль? Человек, далекий от этих вопросов, ответил бы, вероятно, не задумываясь, так: дело просто в том, что число 10 - круглое, на него удобно умножать любое число, поэтому удобно считать десятками, сотнями и т.д. Мы, однако, уже выяснили, что дело обстоит как раз наоборот: число 10 потому и круглое, что оно принято за основание системы счисления. При переходе к какой-либо иной системе счисления, скажем семеричной (где оно записывается в виде ), его «круглость» немедленно исчезнет.

        Причины, по которым именно десятичная система оказалась общепринятой, совсем не математического характера. Десять пальцев рук - вот тот первоначальный аппарат для счета, которым человек пользовался, начиная с доисторических времен. По пальцам удобно считать от одного до десяти. Сосчитав до десяти, т.е. использовав до конца возможности нашего природного «счетного аппарата», естественно принять само число 10 за новую, более крупную единицу ( единицу следующего разряда), и т.д. Таким образом, именно счет по пальцам рук положил начало той системе, которая кажется нам сейчас чем-то само собой разумеющимся.

Другие системы счисления и их происхождение

        Десятичная система счисления далеко не сразу заняла то господствующее положение, которое она имеет сейчас. В разные исторические периоды многие народы пользовались системами счисления, отличными от десятичной

Двенадцатеричная система.

Рис.1

        Так, например, довольно широкое распространение имела двенадцатеричная система. Ее происхождение связано, несомненно, тоже со счетом на пальцах. А, именно, так как четыре пальца руки (кроме большого) имеют в совокупности 12 фаланг (рис.1), то по этим фалангам, перебирая их по очереди большим пальцем, и ведут счет от 1 до 12. Затем 12 принимается за единицу следующего разряда и т.д.         В устной речи остатки двенадцатеричной системы сохранились и до наших дней: вместо того чтобы сказать «двенадцать», мы часто говорим «дюжина». Многие предметы (ножи, вилки, тарелки, носовые платки и т.п.) очень часто считают именно дюжинами, а не десятками. Вспомните, например, что сервиз бывает, как правило, на 12 или на 6 человек и значительно реже на 10 или на 5. Сейчас уже крайне редко встречается слово «гросс», означающее «дюжину дюжин» (т.е. единицу третьего разряда в двенадцатеричной системе), но еще несколько десятков лет тому назад оно было довольно широко распространено, особенно в торговом мире. Дюжина гроссов называлась «масса», однако сейчас такое значение слова «масс» мало кому известно. Хотя, возможно, именно в нем лежит корень таких употребительных выражений, как «масса дел», «масса людей» и т.п. (можно сравнивать с выражением «тысяча дел»).

        Несомненно, остатки двенадцатеричной системы счисления имеются у англичан - в системе мер (например. 1 фут =12 дюймам) и в денежной системе (1 шиллинг = 12 пенсам).

        С математической точки зрения, двенадцатеричная система имела бы, пожалуй, некоторые преимущества перед десятичной, поскольку число 12 делится на 2, 3, 4, и 6, а число 10 только на 2 и 5. А больший запас делителей и у числа, служащего основанием системы счисления, создает известные удобства в ее использовании.

Шестидесятеричная система

        В древнем Вавилоне, культура которого, в том числе и математическая, была довольно высока, существовала весьма сложная шестидесятеричная система. Мнения историков по поводу того, как именно возникла такая система, расходятся. Одна из гипотез, впрочем, не особенно достоверная, состоит в том, что произошло смешение двух племён, одно из которых пользовалось шестеричной системой, а другое - десятичной. Шестидесятеричная система возникла как компромисс между этими двумя системами. Другая гипотеза состоит в том, что вавилоняне считали продолжительность года равной 360 суткам, что, естественно, связывалось с числом 60. Однако это предположение тоже нельзя считать достаточно обоснованным: астрономические познания древних вавилонян были довольно значительны, поэтому следует думать, что погрешность, с которой они определяли продолжительность года, была значительно меньше, чем 5 суток. Несмотря на то, что происхождение шестидесятеричной системы остаётся неясным, самый факт её существования и широкого распространения в Вавилонском государстве достаточно хорошо установлен. Эта система, как и двенадцатеричная, в какой-то степени сохранилась и до наших дней (например, в делении часа на 60 минут, а минуты - на 60 секунд и в аналогичной системе измерения углов: градус = 60 минутам, 1 минута = 60 секундам). В целом, однако, эта система, требующая шестидесяти различных «цифр», довольно громоздка и менее удобна, чем десятеричная.

        По свидетельству известного исследователя Африки Стенли, у ряда африканских племён была распространена пятеричная система счисления. Связь этой системы со строением человеческой руки - первоначальной «счётной машины» - достаточно очевидна.

Двадцатеричная система.

        У ацтеков и майя - народов, населявших в течении многих столетий обширные области американского континента и создавших там высокую культуру, почти полностью уничтоженную испанскими завоевателями в 16 - 17 вв., - была принята двадцатеричная система. Та же двадцатеричная система была принята и у кельтов, населявших Западную Европу, начиная со второго тысячелетия до нашей эры. Некоторые следы двадцатеричной системы кельтов сохранились в современном французском языке: например, «восемьдесят» по-французски будет как «четырежды двадцать». Число 20 встречается и во французской денежной системе: основная денежная единица - франк - делится на 20 су.

        Из четырех перечисленных выше систем счисления (двенадцатеричной, пятеричной, шестидесятеричной и двадцатеричной), сыгравших наряду с десятичной заметную роль в развитии человеческой культуры, все, кроме шестидесятеричной, источники которой неясны, связаны с тем или иным способом счета по пальцам рук (или и рук, и ног), т.е. имеют, подобно десятичной системе, несомненное «анатомическое» происхождение.

        Как показывают приведенные выше примеры (их число можно было бы значительно увеличить), многочисленные следы этих систем счисления сохранились до наших дней и в языках многих народов, и в принятых денежных системах, и в системах мер. Однако для записи чисел и для выполнения тех или иных вычислений мы всегда пользуемся десятичной системой.

Арифметические действия в различных системах счисления

Для чисел, записанных в десятичной системе пользуются правилами сложения и умножения чисел «столбиком», деления - «углом». Рассмотрим сложение. Как в десятичной, так и в любой другой системе складывают сначала единицы, затем переходят к следующему разряду и т.д. до тех пор, пока не доходят до самого старшего из имеющихся разрядов. При этом необходимо помнить, что всякий раз, когда при сложении в предыдущем разряде получается сумма, большая, чем основание той системы счисления, в которой ведется запись, или равная ему, надо сделать перенос в следующий разряд. Например,

Перейдем теперь к умножению. Основой для перемножения любых чисел служит таблица умножения, определяющая произведение чисел, меньших, чем основание счисления. Нетрудно убедиться в том, что для восьмеричной системы таблица умножения выглядит так:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 18 | 28 | 38 | 48 | 58 | 68 | 78 |
| 18 | 28 | 28 | 38 | 48 | 58 | 68 | 78 |
| 28 | 28 | 48 | 68 | 108 | 128 | 148 | 168 |
| 38 | з8 | 68 | 118 | 148 | 178 | 228 | 258 |
| 48 | 48 | 108 | 148 | 208 | 248 | зо8 | 348 |
| 58 | 58 | 128 | 178 | 248 | 318 | 368 | 438 |
| 68 | 68 | 148 | 228 | 308 | 368 | 448 | 528 |
| 78 | 78 | 168 | 25 8 | 348 | 438 | 528 | 618 |

Здесь в каждой клетке стоит произведение чисел, представляющих собой номера строки и столбца, на пересечении которых стоит эта клетка, причем все числа записаны здесь в восьмеричной системе.

Пользуясь этой таблицей, легко перемножить «столбиком» числа, содержащие любое количество разрядов. Например,

Заключение

Страница  из