x + 3

f(x) = -----

x - 4

Область определения функции

|  |
| --- |
| Точки, в которых функция точно неопределена: |

|  |
| --- |
| x1 = 4 |

Точки пересечения с осью координат X

|  |
| --- |
| График функции пересекает ось X при f = 0 |

|  |
| --- |
| значит надо решить уравнение: |

|  |
| --- |
| x + 3  ----- = 0  x - 4 |

|  |
| --- |
| Точки пересечения с осью X: |

|  |
| --- |
|  |

|  |
| --- |
| **Аналитическое решение** |

|  |
| --- |
| x1 = -3 |

Точки пересечения с осью координат Y

|  |
| --- |
| График пересекает ось Y, когда x равняется 0: |

|  |
| --- |
| подставляем x = 0 в (x + 3)/(x - 4). |

|  |
| --- |
| 3  --  -4 |

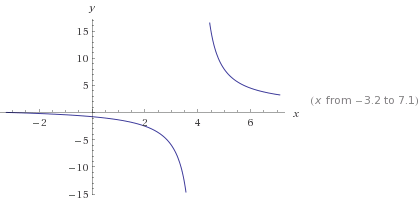
|  |
| --- |
| Результат: |

|  |
| --- |
| f(0) = -3/4 |

|  |
| --- |
| Точка: |

|  |
| --- |
| (0, -3/4) |

График функции

0

0

|  |  |
| --- | --- |
|  | f = (x + 3)/(x - 4) |

Экстремумы функции

|  |
| --- |
| Для того, чтобы найти экстремумы, |

|  |
| --- |
| нужно решить уравнение |

|  |
| --- |
| d  --(f(x)) = 0  dx |

|  |
| --- |
| (производная равна нулю), |

|  |
| --- |
| и корни этого уравнения будут экстремумами данной функции: |

|  |
| --- |
| d  --(f(x)) =  dx |

|  |
| --- |
| 1 x + 3  ----- - -------- = 0  x - 4 2  (x - 4) |

|  |
| --- |
| Решаем это уравнение |

|  |
| --- |
| Решения не найдены, |

|  |
| --- |
| возможно экстремумов у функции нет |

Точки перегибов

|  |
| --- |
| Найдем точки перегибов, для этого надо решить уравнение |

|  |
| --- |
| 2  d  ---(f(x)) = 0  2  dx |

|  |
| --- |
| (вторая производная равняется нулю), |

|  |
| --- |
| корни полученного уравнения будут точками перегибов для указанного графика функции, |

|  |
| --- |
| 2  d  ---(f(x)) =  2  dx |

|  |
| --- |
| / 3 + x \  2\*|-1 + ------|  \ -4 + x/  --------------- = 0  2  (-4 + x) |

|  |
| --- |
| Решаем это уравнение |

|  |
| --- |
| Решения не найдены, |

|  |
| --- |
| возможно перегибов у функции нет |

Вертикальные асимптоты

|  |
| --- |
| Есть: |

|  |
| --- |
| x1 = 4 |

Горизонтальные асимптоты

|  |
| --- |
| Горизонтальные асимптоты найдём с помощью пределов данной функции при x->+oo и x->-oo |

|  |
| --- |
| x + 3  lim ----- = 1  x->-oox - 4 |

|  |
| --- |
| значит, |

|  |
| --- |
| уравнение горизонтальной асимптоты слева: |

|  |
| --- |
| y = 1 |

|  |
| --- |
| x + 3  lim ----- = 1  x->oox - 4 |

|  |
| --- |
| значит, |

|  |
| --- |
| уравнение горизонтальной асимптоты справа: |

|  |
| --- |
| y = 1 |

Наклонные асимптоты

|  |
| --- |
| Наклонную асимптоту можно найти, подсчитав предел функции (x + 3)/(x - 4), делённой на x при x->+oo и x->-oo |

|  |
| --- |
| x + 3  lim --------- = 0  x->-oox\*(x - 4) |

|  |
| --- |
| значит, |

|  |
| --- |
| наклонная совпадает с горизонтальной асимптотой справа |

|  |
| --- |
| x + 3  lim --------- = 0  x->oox\*(x - 4) |

|  |
| --- |
| значит, |

|  |
| --- |
| наклонная совпадает с горизонтальной асимптотой слева |

Чётность и нечётность функции

|  |
| --- |
| Проверим функци чётна или нечётна с помощью соотношений f = f(-x) и f = -f(-x). |

|  |
| --- |
| Итак, проверяем: |

|  |
| --- |
| x + 3 3 - x  -------- = ---------  1 1  (x - 4) (-4 - x) |

|  |
| --- |
| - Нет |

|  |
| --- |
| x + 3 3 - x  -------- = - ---------  1 1  (x - 4) (-4 - x) |

|  |
| --- |
| - Нет |

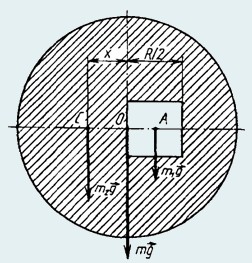
|  |
| --- |
| значит, функция |

|  |
| --- |
| не является |

|  |
| --- |
| ни чётной ни нечётной |

**25**. Определить положение центра тяжести однородной круглой пластины радиуса **R**, в которой вырезано квадратное отверстие со стороной **а = R/2** так, как показано на рисунке.

**Решение**.  
Расположим пластину с отверстием так, чтобы ось симметрии была горизонтальна, и предположим, что вырезанный квадрат помещен на прежнее место.



Тогда сила тяжести всего тела

**mg = m1g + m2g**,

где **m1g** − сила тяжести квадрата, приложенная в центре квадрата; **m2g** − сила тяжести пластинки с отверстием, приложенная в искомом центре тяжести **С**.  
Относительно оси, проходящей через общий центр тяжести  **О**, сумма моментов всех сил тяжести равна нулю:

**m1gR/4 − m2gx = 0**,

где **х** − расстояние от точки **О** до точки **С** (центра тяжести пластинки с отверстием). Отсюда

**х = m1R/(4m2)**.

Пусть **h** − толщина пластинки, **ρ** − плотность материала, из которого она изготовлена. Тогда:

**m1 = ρ(R/2)2h = ρR2h/4**,

**m2 = m − m1 = ρπR2h − ρR2h/4 = (1/4)ρR2h(4π − 1)**.

Подставив в формулу (1) **m1** и **m2**, получим

**x = R/(4(4π − 1))**.

