Даётся следующая схема транспортной сети, представленная на рис. 1.

Рисунок 1 – Схема транспортной сети

Предполагается, что стоимость перевозки по некоторому пути (R) пропорциональна квадрату объема перевозимого продукта (Q). Критерием оптимальности является минимизация стоимости перевозки.

Узел 0 называют базисным, он принят за балансирующий. Его назначение – обеспечить соответствие между производством и потреблением продукции.

Также даётся таблица с исходными данными. См. табл. 1.

Таблица 1 – Исходные данные

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Объем потоков в узлах (Q) | | | | Стоимость перевозок по ветвям (sp) | | | | | | | | | |
| 120 | -40 | -30 | - | 4 | 2 | 3 | - | 7 | 4 | 6 | - | - | - |

В качестве метода для решения СЛАУ был выбран метод Гаусса. В качестве метода реализации уравнений баланса потоков будет использован метод уравнений состояния.

Алгоритм формирования системы уравнений состояния состоит из следующих этапов:

1. Сформировать матрицу А;
2. Сформировать матрицу R;
3. Сформировать матрицу B;
4. Получить матрицу BR;
5. Заполнить массив С элементами матрицы А и BR в соответствии с блочной структурой С;
6. Получить вектор S, дополнив вектор Q нулями.

На основе табл. 1 сформируем таблицу с расширенным видом исходных данных (см. табл. 2), в которой для каждой ветви задаются: её номер, номер узла начала ветви (nn), номер узла конца ветви (nk) и стоимостной параметр (стоимость перевозки по некоторому пути (R)):

Таблица 2 – Расширенный вид исходных данных

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Номер ветви | Номер узла начала ветви (nn) | Номер узла конца ветви (nk) | Стоимостной параметр (R) |
| 1 | 0 | 1 | 4 |
| 2 | 0 | 2 | 2 |
| 3 | 0 | 3 | 3 |
| 4 | 1 | 2 | 7 |
| 5 | 1 | 3 | 4 |
| 6 | 2 | 3 | 6 |

Именно на основе этой таблицы будет формироваться матрица соединений (инциденций) A.

Формирование коэффициентов матрицы А следующее: построчно для каждого столбца матрицы устанавливаются значения: +1 – если номер строки равен текущему значению поля nn, -1 – если номер строки равен текущему значению поля nk, 0 – если такого равенства нет. См. табл. 3.

Таблица 3 – Матрица инциденций (A)

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер узла | Номер ветви | | | | | | |
| - | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | -1 | 0 | 0 | +1 | +1 | 0 |
| 2 | 0 | -1 | 0 | -1 | 0 | +1 |
| 3 | 0 | 0 | -1 | 0 | -1 | -1 |
|  |  | Ad | | | Ak | | |

Матрица A разбита на два блока: Aк – диагональная квадратная матрица системы главных ветвей и Ad – матрица остальных ветвей.

Далее происходит формирование матрицы B. Она точно так же разбита на два блока.

Формирование матрицы В сводится к четырём операциям:

1. Вычисление 
2. Транспонирование полученной матрицы
3. Формирование единичной матрицы.
4. Создание блочной матрицы B= Вк || Bd.

Таблица 4 – Матрица B

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер узла | Номер ветви | | | | | | |
| - | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 |  |  |  |  |  |  |
| 2 |  |  |  |  |  |  |
| 3 |  |  |  |  |  |  |
|  |  | Bd | | | Bk | | |

Далее формируется диагональная **матрица R**, элементами которой являются заданные стоимости перевозок по ветвям. Все её элементы, стоящие вне главной диагонали, равны нулю:

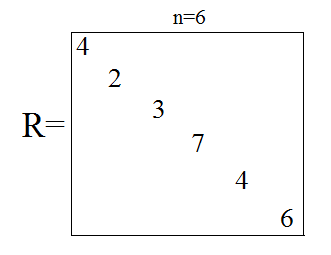


Рисунок 1 – Матрица R

Следующим шагом будет умножение матрицы B на диагональную матрицу R. В результате получается матрица BR.

Таблица 5 – Матрица BR

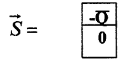
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер узла | Номер ветви | | | | | | |
| - | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 |  |  |  |  |  |  |
| 2 |  |  |  |  |  |  |
| 3 |  |  |  |  |  |  |

Далее формируется блочная **матрица С**, которая заполняется

элементами матрицы А и BR в соответствии с её структурой. Выглядит это следующим образом:

Таблица 6 – Структура матрицы C

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| A | Номер узла | Номер ветви | | | | | | |
| - | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | -1 | 0 | 0 | +1 | +1 | 0 |
| 2 | 0 | -1 | 0 | -1 | 0 | +1 |
| 3 | 0 | 0 | -1 | 0 | -1 | -1 |
| BR | Номер узла | Номер ветви | | | | | | |
| - | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 |  |  |  |  |  |  |
| 2 |  |  |  |  |  |  |
| 3 |  |  |  |  |  |  |

После этого вводятся блочный **вектор S** и **вектор Q**, который дополняется нулями:

Затем требуется найти для C **обратную матрицу (С-1)** и по формуле умножить данную обратную матрицу на вектор S:

В результате всех этих действий получается верный результат решения.