

УПРАЖНЕНИЯ

Вариант 1

Точки и прямые

1. Перерисуйте в тетрадь рисунок 1. Через каждые две отмеченные точки проведите прямую. Запишите все полученные прямые.

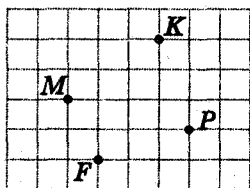


Рис. 1

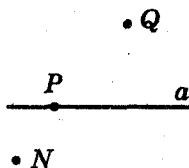
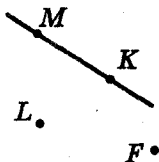


Рис. 2

2. Проведите прямую и отметьте на ней точки K , T и N . Запишите все возможные обозначения этой прямой.
3. Пользуясь рисунком 2:
 - 1) определите, пересекаются ли прямые MK и a ;
 - 2) укажите все отмеченные точки, принадлежащие прямой a ; прямой MK ;
 - 3) укажите все отмеченные точки, не принадлежащие ни прямой a , ни прямой MK .

Отрезок и его длина

4. Укажите, какие из точек, отмеченных на рисунке 3, лежат между двумя другими. Для каждой указанной тройки точек запишите равенство, которое следует из основного свойства длины отрезка.

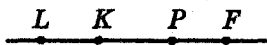


Рис. 3

5. Укажите все отрезки, изображенные на рисунке 4.

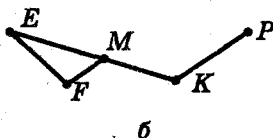
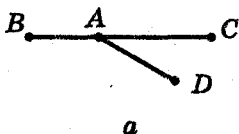


Рис. 4

6. Точка D лежит между точками K и F . Найдите:
- 1) отрезок KF , если $KD = 2,7$ см, $DF = 11,6$ см;
 - 2) отрезок FD , если $DK = \frac{5}{6}$ дм, $KF = 4$ дм.
7. Лежит ли точка A между точками B и C , если $AB = 3,7$ см, $AC = 4,7$ см, $BC = 8,3$ см? Ответ обоснуйте.
8. Точка M принадлежит отрезку KE , длина которого равна 27 см. Найдите длины отрезков MK и ME , если:
- 1) отрезок MK на 7 см меньше отрезка ME ;
 - 2) отрезок MK в 2 раза больше отрезка ME ;
 - 3) $MK : ME = 2 : 7$.
9. На прямой последовательно отметили точки A , B , C и D так, что $AC = 8$ см, $BC = 3$ см, $BD = 6$ см. Найдите отрезок AD .
10. Точка P лежит между точками M и F , точки E и N — середины отрезков MP и PF соответственно. Найдите длину отрезка MF , если $EN = 4,7$ см.
11. Отрезок длиной 10 см разделили на четыре отрезка. Расстояние между серединами средних отрезков равно 3 см. Найдите расстояние между серединами крайних отрезков.
12. На прямой последовательно отметили точки A , B , C , D и E так, что $AC = BD$ и $BC = DE$. Найдите отрезок CE , если $AC = 7$ см.
13. Начертите отрезок MN , длина которого равна 7 см. Отметьте на прямой MN точку P так, чтобы $MP - PN = 3$ см.
14. Точки A , B и C лежат на одной прямой. Найдите расстояние между точками B и C , если $AB = 2,7$ см, $AC = 6,4$ см. Сколько решений имеет задача?
15. Точки E , F , K и P лежат на одной прямой. Точка F лежит между точками E и K . Найдите длину отрезка FP , если $EF = 4$ см, $EK = 11$ см, $KP = 14$ см. Сколько решений имеет задача?

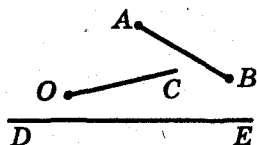


Рис. 5

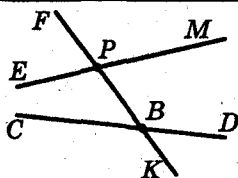


Рис. 6

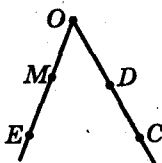


Рис. 7

16. Длина отрезка CD равна 11 см. Найдите на прямой CD все точки, для каждой из которых сумма расстояний до концов отрезка CD равна: 1) 11 см; 2) 14 см; 3) 9 см.

Луч. Угол. Измерение углов

17. Пересекаются ли изображенные на рисунке 5:

1) луч OC и отрезок AB ; 2) луч OC и прямая DE ?

18. Прямая FK пересекает прямые EM и CD в точках P и B (рис. 6).

1) Укажите все образовавшиеся лучи с началом в точке B .

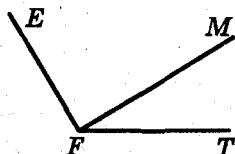
2) Укажите пары дополнительных лучей, началом которых является точка P .

19. Отметьте точки E , F , T и K так, чтобы луч EF пересекал прямую TK , а луч TK не пересекал прямую EF .

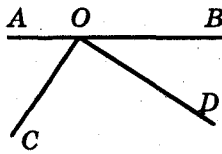
20. Из приведенных записей выпишите те, которые являются обозначением угла с вершиной O , изображенного на рисунке 7: COM , DME , DOE , CED , EOM , COE , MOD , EOD .

21. Запишите все углы, изображенные на рисунке 8.

22. Начертите угол MOF и проведите лучи OK и OP между его сторонами. Запишите все образовавшиеся углы.



а



б

Рис. 8

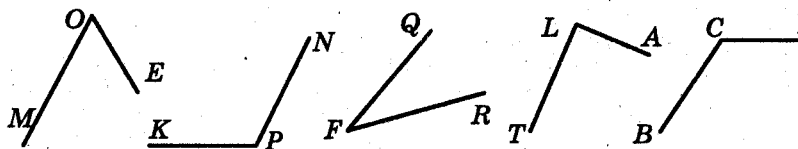


Рис. 9

23. Пользуясь транспортиром, найдите градусные меры углов, изображенных на рисунке 9. Укажите вид каждого угла.
24. Начертите угол, градусная мера которого равна: 1) 73° ; 2) 91° ; 3) 90° ; 4) 152° . Укажите вид каждого угла.
25. Начертите угол AOB , равный 54° . Пользуясь транспортиром, проведите его биссектрису.
26. Луч BD проходит между сторонами угла ABC . Найдите угол DBC , если $\angle ABC = 63^\circ$, $\angle ABD = 51^\circ$.
27. Луч DA проходит между сторонами угла EDN , равного 112° . Найдите углы EDA и NDA , если угол EDA в 6 раз меньше угла NDA .
28. Прямой угол разделили на три угла, градусные меры которых относятся как $2 : 3 : 5$. Найдите величины этих углов.
29. На рисунке 10 $\angle POT = 78^\circ$, $\angle FOM = 52^\circ$, $\angle POF = 39^\circ$. Найдите угол TOM .
30. На рисунке 11 $\angle DCE = \angle KCP$, $\angle DCF = \angle FCP$. Докажите, что луч CF — биссектриса угла ECK .
31. Луч DC проходит между сторонами угла ADK . Луч DM — биссектриса угла ADC , луч DP — биссектриса угла CDK . Найдите угол ADK , если $\angle MDP = 82^\circ$.

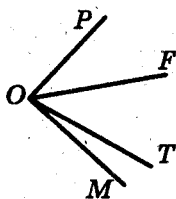


Рис. 10

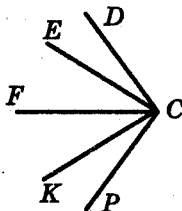


Рис. 11

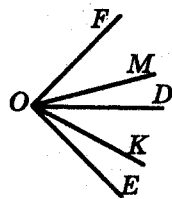


Рис. 12

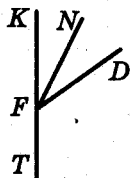


Рис. 13

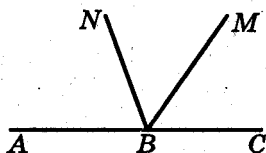


Рис. 14

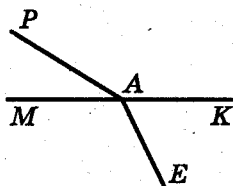


Рис. 15

32. На рисунке 12 $\angle FOD = \angle MOK$ и $\angle MOD = \angle KOE$. Найдите угол EOD , если $\angle FOD = 44^\circ$.
33. На рисунке 13 луч FN — биссектриса угла KFD . Найдите угол NFT , если $\angle KFD = 54^\circ$.
34. На рисунке 14 луч BM — биссектриса угла CBN . Найдите угол CBN , если $\angle ABM = 124^\circ$.

Смежные и вертикальные углы

35. Могут ли два смежных угла быть равными:
 1) 36° и 154° ; 2) 59° и 121° ?
36. Найдите угол, смежный с углом: 1) 19° ; 2) 156° .
37. Запишите все пары смежных углов, изображенных на рисунке 15.
38. Один из смежных углов на 38° больше другого. Найдите эти углы.
39. Найдите смежные углы, если их градусные меры относятся как 5 : 7.
40. На рисунке 16 угол AOB равен 37° . Найдите углы AOD , DOC , BOC .
41. На рисунке 17 $\angle PMF = 32^\circ$, $\angle TMQ = 87^\circ$. Найдите угол KMR .

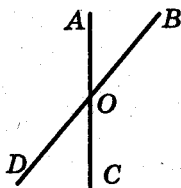


Рис. 16

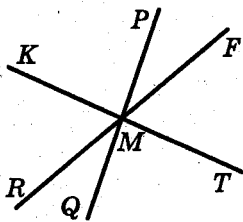


Рис. 17

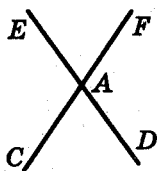


Рис. 18

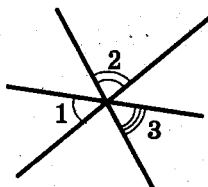


Рис. 19

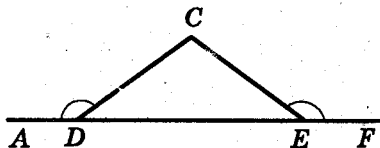


Рис. 20

42. На рисунке 18 $\angle EAC + \angle CAD + \angle FAD = 290^\circ$. Найдите углы EAF и FAD .
43. Один из углов, образовавшихся при пересечении двух прямых, в 7 раз больше суммы смежных с ним углов. Найдите этот угол.
44. Три прямые пересекаются в одной точке (рис. 19). Найдите угол 1, если $\angle 2 + \angle 3 = 142^\circ$.
45. На рисунке 20 $\angle ADC = \angle CEF$. Докажите, что $\angle CDE = \angle CED$.
46. Угол между биссектрисой угла и лучом, дополнительным к одной из его сторон, равен 124° . Найдите данный угол.
47. Какой угол образует биссектриса угла, равного 54° , с лучом, дополнительным к одной из его сторон?
48. На рисунке 21 прямые AD , BE и CF пересекаются в точке O . Луч OE — биссектриса угла FOD . Найдите угол BOD , если $\angle FOE = 42^\circ$.

Перпендикулярные прямые

49. Проведите прямую d и отметьте точку K , не принадлежащую ей. С помощью угольника проведите через точку K прямую, перпендикулярную прямой d .

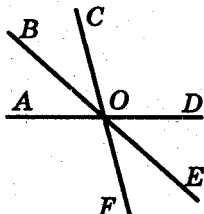


Рис. 21

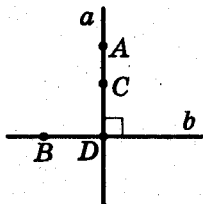


Рис. 22

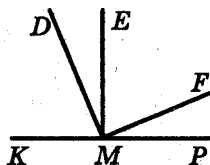


Рис. 23

50. Прямые a и b перпендикулярны (рис. 22). Укажите пары перпендикулярных отрезков, изображенных на рисунке.
51. На рисунке 23 $\angle KMD = \angle EMF$, $\angle DME = \angle FMP$. Докажите, что $DM \perp MF$.
52. Углы MKP и NKP прямые. Докажите, что точки M , K и N лежат на одной прямой.
53. Как, используя линейку и шаблон угла 15° , построить перпендикулярные прямые?

Равные треугольники

54. Начертите произвольный треугольник. Обозначьте его вершины буквами M , P , Q . Укажите:

- 1) стороны, прилежащие к углу Q ;
- 2) угол, противолежащий стороне MP .

55. Укажите все треугольники, изображенные на рисунке 24, одной из вершин которых является точка A .

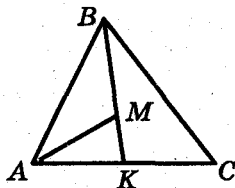


Рис. 24

56. Треугольники ABC и DEF равны.

Найдите отрезок BC и угол C , если $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$, $EF = 14$ см, $\angle F = 43^\circ$.

57. Одна из сторон треугольника равна 24 см, вторая сторона на 18 см больше первой, а третья сторона в 2 раза меньше второй. Найдите периметр треугольника.
58. Одна из сторон треугольника на 41 см меньше второй и в 4 раза меньше третьей. Найдите стороны треугольника, если его периметр равен 107 см.
59. В треугольнике ABC проведены медианы AD и BE . Периметры треугольников ABE и BEC равны, а периметр треугольника ABD больше периметра треугольника ADC на 2 см. Найдите периметр треугольника ABC , если $AB = 6$ см.

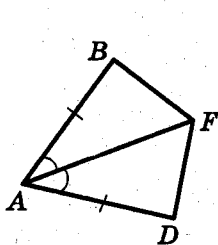


Рис. 25

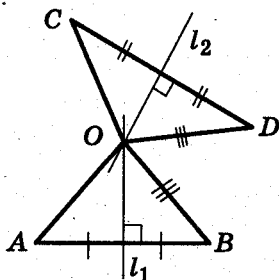


Рис. 26

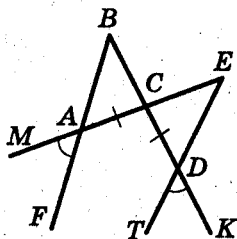


Рис. 27

Первый и второй признаки равенства треугольников

60. Равные отрезки AB и CD пересекаются в точке O так, что $AO : OB = CO : OD = 2 : 1$. Докажите, что $\triangle AOD = \triangle COB$.
61. На рисунке 25 $AB = AD$, $\angle BAF = \angle DAF$. Докажите, что $\triangle ABF = \triangle ADF$.
62. На рисунке 26 серединные перпендикуляры l_1 и l_2 отрезков AB и CD пересекаются в точке O . Найдите отрезок OC , если $OD = OB$ и $OA = 6$ см.
63. Серединный перпендикуляр стороны BC треугольника ABC пересекает сторону AB в точке D . Найдите периметр треугольника ADC , если $AB = 10$ см, $AC = 8$ см.
64. На рисунке 27 $AC = CD$, $\angle MAF = \angle TDK$. Докажите, что $\triangle ABC = \triangle DEC$.
65. На рисунке 28 $\angle CDB = \angle FBD$, $\angle FDB = \angle CBD$. Докажите, что $\angle BCD = \angle BFD$.
66. На рисунке 29 $AE = DC$, $\angle A = \angle C$, $\angle BDE = \angle BED$. Докажите, что $\angle ABD = \angle CBE$.

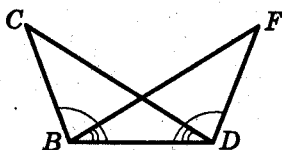


Рис. 28

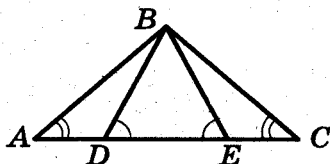


Рис. 29

67. На рисунке 30 $AO = OC$, $BO = OD$.

Докажите, что $\triangle AOE = \triangle COF$.

68. На рисунке 31 $BO = OD$, $AB = CD$, $\angle ABD = \angle BDC$. Докажите, что $\triangle MOD = \triangle KOV$.

69. На рисунке 32 $AB = BC$, $AD = CE$, $\angle BAD = \angle BCE$. Найдите длину отрезка AE , если $CD = 8$ см.

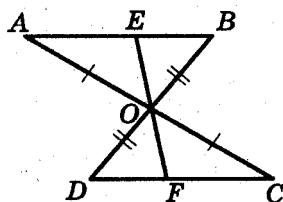


Рис. 30

Равнобедренный треугольник и его свойства

70. Основание равнобедренного треугольника равно 9 см, а боковая сторона — 7 см. Найдите периметр треугольника.

71. Периметр равнобедренного треугольника равен 19 см, основание — 7 см. Найдите боковую сторону треугольника.

72. Периметр равнобедренного треугольника равен 58 см. Его основание является одной из сторон равностороннего треугольника, периметр которого равен 42 см. Найдите стороны равнобедренного треугольника.

73. Найдите стороны равнобедренного треугольника, если его периметр равен 28 см, а основание на 8 см меньше боковой стороны.

74. Найдите стороны равнобедренного треугольника, если его периметр равен 84 см, а основание в 3 раза меньше боковой стороны.

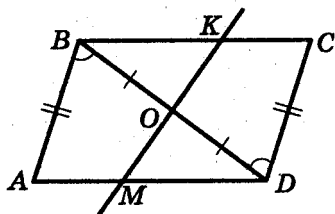


Рис. 31

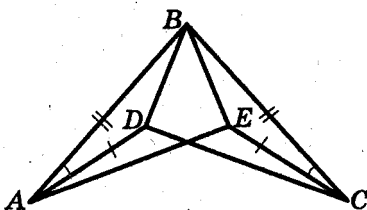


Рис. 32

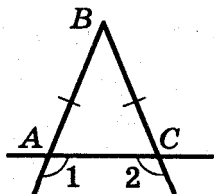


Рис. 33

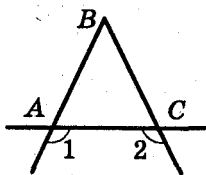


Рис. 34

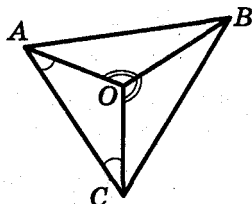


Рис. 35

75. На рисунке 33 $AB = BC$. Докажите, что $\angle 1 = \angle 2$.
76. В равнобедренном треугольнике DEF ($DE = EF$) провели высоту EO , длина которой равна 8 см. Найдите периметр треугольника DEF , если периметр треугольника DEO равен 43 см.
77. Серединный перпендикуляр стороны AB равнобедренного треугольника ABC ($AB = BC$) пересекает сторону BC в точке F . Найдите сторону AC , если $AB = 18$ см, а периметр треугольника AFC равен 27 см.
78. В равнобедренном треугольнике DFE на боковых сторонах DF и EF отметили соответственно точки M и K так, что $FM = FK$. Докажите, что $\angle DME = \angle DKE$.
79. Докажите равенство равнобедренных треугольников по медиане, проведенной к основанию, и углу при вершине.

Признаки равнобедренного треугольника

80. На рисунке 34 $\angle 1 = \angle 2$. Докажите, что $AB = BC$.
81. На медиане BM равнобедренного треугольника ABC с основанием AC отметили точку O . Докажите, что треугольник AOC равнобедренный.
82. На высоте BD треугольника ABC отметили точку E . Докажите, что если $AE = EC$, то треугольник ABC равнобедренный.
83. На рисунке 35 $\angle OAC = \angle OCA$, $\angle AOB = \angle COB$. Докажите, что $\triangle AOB = \triangle COB$.

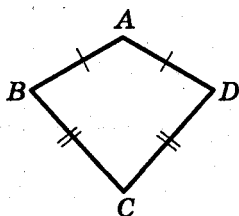


Рис. 36

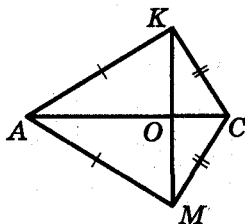


Рис. 37

84. На стороне BC треугольника ABC отметили точку M так, что $BM:MC = 2:1$. Биссектриса BD перпендикулярна отрезку AM . Найдите сторону BC , если известно, что $AB = 6$ см.

Третий признак равенства треугольников

85. На рисунке 36 $AB = AD$, $CB = CD$. Найдите угол ABC , если $\angle ADC = 72^\circ$.
86. На сторонах BC и B_1C_1 треугольников ABC и $A_1B_1C_1$ отметили соответственно точки D и D_1 . Докажите равенство треугольников ABC и $A_1B_1C_1$, если $AB = A_1B_1$, $BD = B_1D_1$, $AD = A_1D_1$, $CD = C_1D_1$.
87. На рисунке 37 $AK = AM$, $CK = CM$. Докажите, что $KO = OM$.
88. На рисунке 38 $BC = AD$, $AM = CN$, $BM = DN$. Найдите угол ABM , если $\angle CDN = 31^\circ$.

Параллельные прямые

89. Перерисуйте в тетрадь рисунок 39. Проведите через точку O прямые, параллельные прямым k и p .

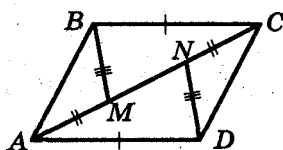


Рис. 38

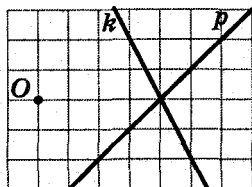


Рис. 39

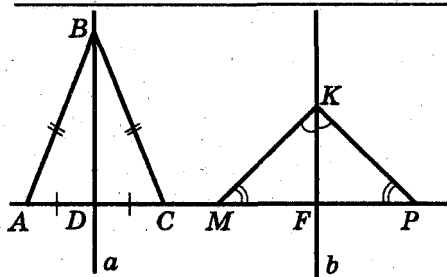


Рис. 40

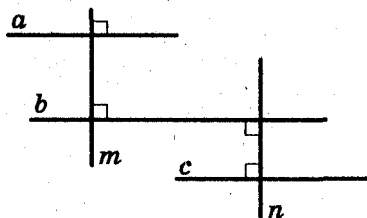


Рис. 41

90. На рисунке 40 $AB = BC$, $AD = DC$, $\angle MKF = \angle PKF$, $\angle KMF = \angle KPF$. Докажите, что прямые a и b параллельны.

91. Докажите, что прямые a и c параллельны (рис. 41).

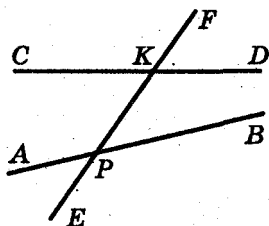


Рис. 42

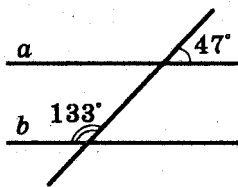


Рис. 43

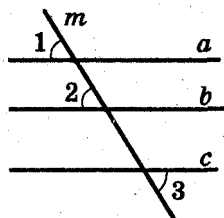


Рис. 44

Признаки параллельности двух прямых

92. На рисунке 42 укажите все пары разносторонних, односторонних и соответственных углов.

93. Параллельны ли прямые a и b на рисунке 43? Ответ обоснуйте.

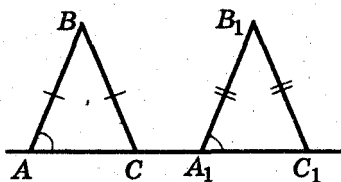


Рис. 45

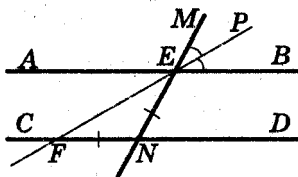


Рис. 46

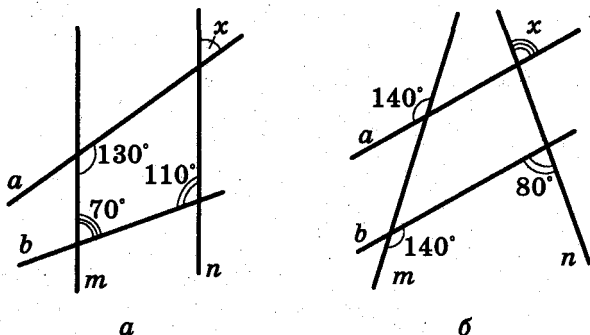


Рис. 47

94. На рисунке 44 $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 2 = \angle 3$. Докажите, что прямые a и c параллельны.
95. На рисунке 45 $AB = BC$, $A_1B_1 = B_1C_1$, $\angle BAC = \angle B_1A_1C_1$. Докажите, что прямые BC и B_1C_1 параллельны.
96. На рисунке 46 $FN = NE$, $\angle MEP = \angle BEP$. Докажите, что прямые AB и CD параллельны.

Свойства параллельных прямых

97. Найдите все углы, образовавшиеся при пересечении двух параллельных прямых секущей, если один из этих углов равен 72° .
98. На рисунке 47 найдите градусную меру угла x .
99. Один из односторонних углов, образовавшихся при пересечении двух параллельных прямых секущей, на 32° больше другого. Найдите эти углы.
100. На рисунке 48 прямые AB и CD параллельны. Докажите, что биссектрисы углов EKB и EPD параллельны.
101. На стороне BA угла ABC отметили точку D и через нее провели прямую, параллельную стороне BC . Эта прямая пересекает биссектрису угла ABC в точке E . Найдите углы DBE и BDE , если $\angle DEB = 25^\circ$.

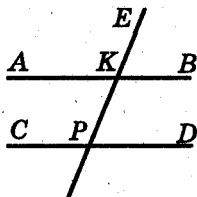


Рис. 48

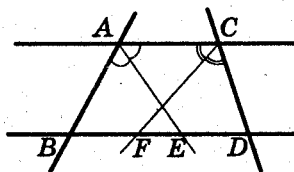


Рис. 49

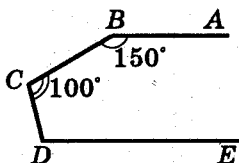
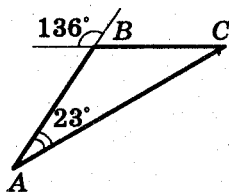


Рис. 50

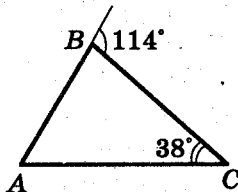
102. На рисунке 49 биссектрисы углов BAC и ACD пересекают прямую BD в точках E и F . Докажите, что если $CD = DF$, то $AB = BE$.
103. На рисунке 50 $AB \parallel DE$. Найдите угол CDE , если $\angle ABC = 150^\circ$, $\angle BCD = 100^\circ$.

Сумма углов треугольника

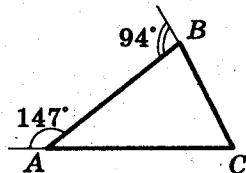
104. Найдите угол треугольника, если два других его угла равны 53° и 62° .
105. Угол при вершине равнобедренного треугольника равен 48° . Найдите углы при основании этого треугольника.
106. Найдите на рисунке 51 неизвестные углы треугольника ABC .
107. Найдите на рисунке 52 неизвестные углы равнобедренного треугольника ABC ($AB = AC$).
108. Найдите углы треугольника DEF , если $\angle D + \angle E = 70^\circ$, $\angle E + \angle F = 150^\circ$.
109. Найдите углы равнобедренного треугольника, если угол при основании на 36° больше угла при вершине равнобедренного треугольника.



а



б



в

Рис. 51

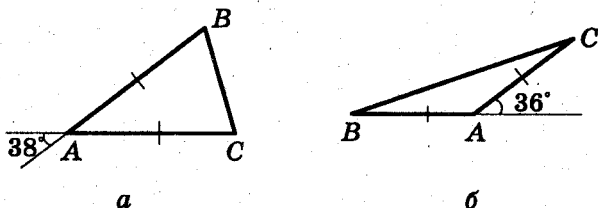


Рис. 52

110. Найдите углы треугольника, если их градусные меры относятся как $3 : 4 : 5$.
111. Один из углов треугольника равен 82° . Может ли внешний угол треугольника, не смежный с ним, быть равным: 1) 80° ; 2) 83° ?
112. Один из внешних углов треугольника равен 137° , а один из углов треугольника, не смежный с ним, — 28° . Найдите второй угол треугольника, не смежный с данным внешним.
113. Один из внешних углов треугольника равен 148° . Найдите углы треугольника, не смежные с ним, если один из них на 36° меньше другого.
114. Два внешних угла треугольника равны 139° и 87° . Найдите третий внешний угол треугольника.
115. Найдите углы равнобедренного треугольника, если один из них на 24° больше другого. Сколько решений имеет задача?
116. Биссектрисы углов E и F треугольника DEF пересекаются в точке O . Найдите угол EDF , если $\angle EOF = 115^\circ$.
117. Один из углов, образовавшихся при пересечении биссектрис двух углов равнобедренного треугольника, равен 124° . Найдите углы треугольника. Сколько решений имеет задача?
118. В треугольнике ABC проведены высота AT и биссектриса AM . Найдите угол TAM , если $\angle BAC = 84^\circ$, $\angle ABC = 46^\circ$.

119. Один из углов треугольника равен 100° . Высота и биссектриса, проведенные из вершины этого угла, образуют угол, равный 20° . Найдите неизвестные углы треугольника.
120. В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle C = 90^\circ$) проведена биссектриса BD . Найдите острые углы треугольника ABC , если $\angle BDC = 36^\circ$.
121. Высота CH и биссектриса BK прямоугольного треугольника ABC ($\angle C = 90^\circ$) пересекаются в точке D . Найдите острые углы треугольника ABC , если $\angle BDC = 118^\circ$.
122. Существует ли треугольник со сторонами: 1) 5 см, 9 см, 14 см; 2) 6 см, 8 см, 15 см? Ответ обоснуйте.
123. Найдите сторону AC равнобедренного треугольника ABC , если $AB = 10$ см, $BC = 4$ см.
124. Сравните углы треугольника ABC , если $AB < BC$ и $AB = AC$.
125. Сравните стороны треугольника DEF , если $\angle D > \angle E$ и $\angle E > \angle F$.
126. Существует ли треугольник ABC , в котором $\angle A = 32^\circ$, $\angle B = 74^\circ$, $BC = 6$ см, $AC = 5$ см?
127. Существует ли треугольник ABC , в котором $\angle A = 100^\circ$, $AB = 9$ см, $BC = 4$ см?
128. Может ли наибольшая сторона треугольника лежать против угла 42° ?
129. В треугольнике ABC известно, что $AB = 1,2$ см, $AC = 2,3$ см. Найдите третью сторону этого треугольника, если ее длина, выраженная в сантиметрах, равна целому числу. Сколько решений имеет задача?

Прямоугольный треугольник

130. Один из острых углов прямоугольного треугольника равен 86° . Найдите другой острый угол.

131. На рисунке 53 $\angle ABC = \angle DCB = 90^\circ$, $AC = BD$. Докажите, что $AB = CD$.

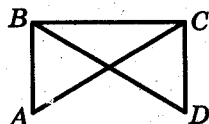


Рис. 53

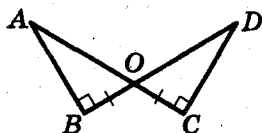


Рис. 54

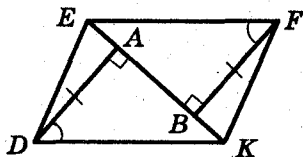


Рис. 55

132. На рисунке 54 $\angle ABO = \angle DCO = 90^\circ$, $BO = CO$. Найдите отрезок AB , если $CD = 8$ см.
133. Из точки K , лежащей на биссектрисе угла ABC , проведены перпендикуляры KM и KN к его сторонам. Найдите отрезок BM , если $BN = 6$ см.
134. На рисунке 55 $DA \perp EK$, $FB \perp EK$, $DA = FB$, $\angle ADK = \angle BFE$. Докажите, что $\angle DEK = \angle FKE$.
135. Через вершину B треугольника ABC провели прямую, пересекающую сторону AC в точке K . Из точек A и C на прямую BK опустили перпендикуляры AD и CE . Докажите, что если $AD = CE$, то отрезок BK — медиана треугольника ABC .
136. Прямоугольные треугольники ABC и ABD имеют общую гипотенузу AB , а точки C и D лежат в разных полуплоскостях относительно прямой AB . Докажите, что если $AD = BC$, то прямые AC и BD параллельны.
137. Докажите равенство прямоугольных треугольников по острому углу и биссектрисе, проведенной из вершины этого угла.
138. В остроугольных треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ провели высоты BD и B_1D_1 . Докажите, что если $AB = A_1B_1$, $\angle A = \angle A_1$ и $\angle DBC = \angle D_1B_1C_1$, то $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$.

Свойства прямоугольного треугольника

139. Стороны прямоугольного треугольника равны 5 см, 12 см и 13 см. Укажите длины катетов и гипотенузы этого треугольника.

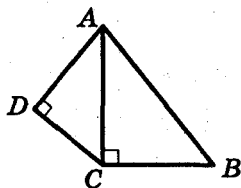


Рис. 56

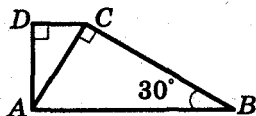


Рис. 57

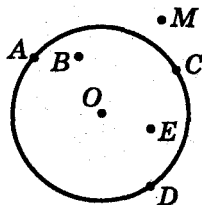


Рис. 58

140. Стороны прямоугольного треугольника и высота, проведенная к гипотенузе, равны 24 см, 30 см, 40 см и 50 см. Укажите длины катетов этого треугольника, гипотенузы и высоты, проведенной к гипотенузе.
141. На рисунке 56 $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle ADC = 90^\circ$. Докажите, что $AB > CD$.
142. Из точки M к прямой AB проведены наклонные MA и MB и перпендикуляр MC так, что точка C лежит между точками A и B , а угол BMC равен 35° . Сравните отрезки MA и BC .
143. В прямоугольном треугольнике DEF катет DF равен 14 см, $\angle E = 30^\circ$. Найдите гипотенузу DE .
144. В треугольнике KPE известно, что $\angle P = 90^\circ$, $\angle K = 60^\circ$. На катете PE отметили точку M так, что $\angle KMP = 60^\circ$. Найдите отрезок PM , если $EM = 16$ см.
145. В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle C = 90^\circ$) провели высоту CM . Найдите угол ABC , если $AC = 2$ см, $AM = 1$ см.
146. В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle C = 90^\circ$) провели высоту CD . Найдите отрезок BD , если $AB = 8$ см, $BC = 4$ см.
147. На рисунке 57 $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle ADC = 90^\circ$, $\angle ABC = 30^\circ$. Найдите угол ACD , если $AB = 4$ см, $CD = 1$ см.
148. В треугольнике ABC известно, что $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 60^\circ$. Биссектриса угла A пересекает катет BC в точке K . Найдите отрезок BK , если $AK - CK = 8$ см.

Геометрическое место точек. Окружность и круг

149. Какие из точек на рисунке 58 принадлежат окружности с центром O ? кругу с центром O ?
150. Найдите диаметр окружности, если ее радиус равен:
1) 3 см; 2) m см.
151. Начертите окружность, радиус которой равен 4 см. Проведите в этой окружности радиус, диаметр и хорду, не являющуюся диаметром.
152. В окружности проведены радиусы OD , OE и OF (рис. 59). Найдите хорду FE , если $\angle OFE = \angle ODE$ и $DE = 8$ см.
153. На рисунке 60 точка O — центр окружности, $\angle ABC = 32^\circ$. Найдите угол AOC .
154. В окружности с центром O проведены диаметр AB и хорда AC . Найдите угол ABC , если $\angle ACO = 52^\circ$.
155. На рисунке 61 хорда CD пересекает диаметр AB в точке K , $\angle DEK = \angle CFK = 90^\circ$, $\angle DKA = 60^\circ$, $EF = 10$ см. Найдите хорду CD .
156. Дан отрезок AB длиной 3 см. Найдите ГМТ, которые равноудалены от точек A и B и находятся на расстоянии 2 см от прямой AB .
157. На одной из сторон острого угла отметили точки A и B . Найдите ГМТ, которые равноудалены от точек A и B и находятся на расстоянии 1,5 см от прямой, содержащей другую сторону угла.

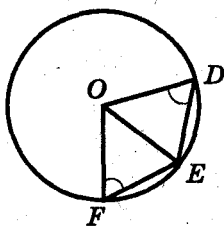


Рис. 59

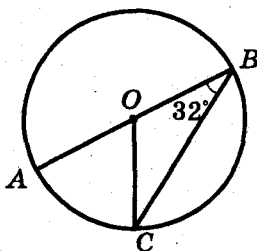


Рис. 60

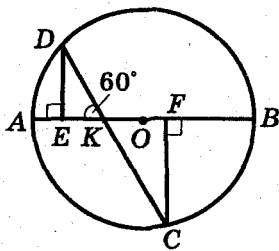


Рис. 61

158. Найдите ГМТ, расстояние от которых до центра данной окружности в 2 раза меньше ее радиуса.
159. Прямые a и b пересекаются. Найдите ГМТ, находящихся на расстоянии 1 см от прямой a и 2 см от прямой b .
160. Даны точки A и B . Найдите ГМТ вершин C треугольников ABC таких, что медиана CM равна 2 см.
161. Даны две параллельные прямые, расстояние между которыми равно 2 см. Найдите ГМТ, сумма расстояний от которых до этих прямых равна 4 см.
162. Даны две параллельные прямые, расстояние между которыми равно 1,5 см. Найдите ГМТ, сумма расстояний от которых до этих прямых меньше 2 см.

Некоторые свойства окружности. Касательная к окружности.

163. Прямая касается окружности с центром O в точке A . На касательной по разные стороны от точки A отметили точки B и C такие, что $OB = OC$. Найдите отрезок AB , если $AC = 6$ см.
164. На рисунке 62 прямая BC касается окружности с центром O в точке B . Найдите угол AOB , если $\angle ABC = 63^\circ$.
165. На рисунке 63 две окружности имеют общий центр O . К меньшей из них провели перпендикулярные касательные DE и KP , пересекающиеся в точке N . Найдите отрезок NE , если $ND = 3$ см, а радиус меньшей окружности равен 4 см.

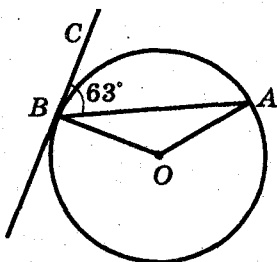


Рис. 62

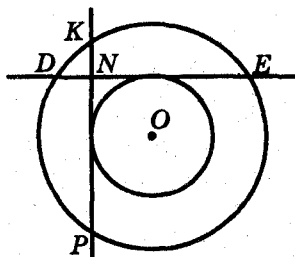


Рис. 63

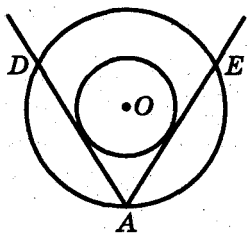


Рис. 64

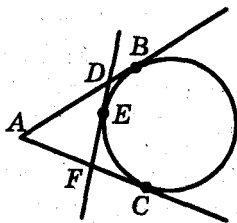


Рис. 65

166. На рисунке 64 две окружности имеют общий центр O . Через точку A большей окружности проведены касательные AD и AE к меньшей окружности. Найдите радиус большей окружности, если радиус меньшей равен 5 см, а $\angle DAE = 60^\circ$.
167. На рисунке 65 прямые AB , AC и DF касаются окружности в точках B , C и E соответственно. Найдите отрезок AB , если периметр треугольника ADF равен 16 см.

Описанная и вписанная окружности треугольника

168. Точка пересечения медиан AM и BK треугольника ABC является центром описанной около него окружности. Докажите, что треугольник ABC равносторонний.
169. На серединном перпендикуляре стороны AB треугольника ABC отметили точку O так, что $\angle OAC = \angle OCA$. Докажите, что точка O — центр окружности, описанной около треугольника ABC .
170. Найдите высоту равностороннего треугольника, если радиус окружности, вписанной в этот треугольник, равен 8 см.
171. Боковая сторона равнобедренного треугольника делится точкой касания вписанной окружности в отношении 3 : 4, считая от вершины угла при основании треугольника. Найдите боковую сторону треугольника, если его основание равно 12 см.

172. В прямоугольном треугольнике точка касания вписанной окружности делит гипотенузу на отрезки 4 см и 6 см. Найдите периметр треугольника, если радиус окружности равен 2 см.
173. К окружности, вписанной в равнобедренный треугольник ABC , проведена касательная, которая пересекает боковые стороны AC и BC в точках D и E соответственно. Найдите периметр треугольника CDE , если периметр треугольника ABC равен 20 см и $AB = 6$ см.
174. Окружность, вписанная в треугольник ABC , касается стороны BC в точке K . Найдите отрезок BK , если $AC = 6$ см, а периметр треугольника ABC равен 16 см.

Задачи на построение

175. Перерисуйте в тетрадь рисунок 66.

Постройте окружность, проходящую через точки D , E и F .

176. Постройте касательную к данной окружности, перпендикулярную данной прямой. Сколько решений имеет задача?

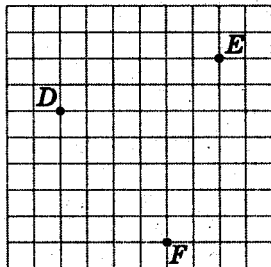


Рис. 66

177. Постройте равнобедренный треугольник по биссектрисе треугольника, проведенной из вершины угла при основании, и углу при основании.
178. Постройте равнобедренный треугольник по углу при вершине равнобедренного треугольника и высоте, проведенной к боковой стороне.
179. Постройте равнобедренный прямоугольный треугольник по его высоте, проведенной к гипотенузе.
180. Постройте равносторонний треугольник по его медиане.
181. Постройте треугольник ABC по стороне AC , медиане BM и углу BMC .

182. Даны прямая a и принадлежащая ей точка B . Постройте точку, удаленную от точки B на 4 см, а от прямой a — на 3 см. Сколько решений имеет задача?
183. Дан треугольник CDM . Постройте точку, которая равноудалена от точек C и D и находится на расстоянии 2 см от точки M . Сколько решений может иметь задача?
184. Прямая l пересекает стороны угла ABC . Постройте точку, которая принадлежит углу, равноудалена от его сторон и находится на расстоянии 2 см от прямой l . Сколько решений может иметь задача?
185. Постройте прямоугольный треугольник по сумме катета и гипотенузы и углу, противолежащему второму катету.

Вариант 2

Точки и прямые

1. Перерисуйте в тетрадь рисунок 67. Через каждые две отмеченные точки проведите прямую. Запишите все полученные прямые.

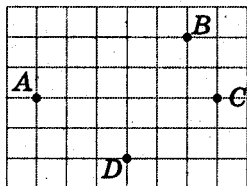


Рис. 67

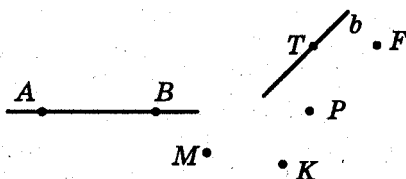


Рис. 68

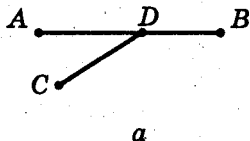
2. Проведите прямую и отметьте на ней точки M , E и F . Запишите все возможные обозначения этой прямой.
3. Пользуясь рисунком 68:
- 1) определите, пересекаются ли прямые AB и b ;
 - 2) укажите все отмеченные точки, принадлежащие прямой b ; прямой AB ;
 - 3) укажите все отмеченные точки, не принадлежащие ни прямой b , ни прямой AB .

Отрезок и его длина

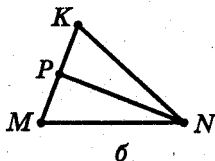
4. Укажите, какие из точек, отмеченных на рисунке 69, лежат между двумя другими. Для каждой указанной тройки точек запишите равенство, которое следует из основного свойства длины отрезка.
5. Укажите все отрезки, изображенные на рисунке 70.



Рис. 69



a



б

Рис. 70

6. Точка C лежит между точками A и B . Найдите:
- 1) отрезок AB , если $AC = 12,6$ см, $CB = 14,4$ см;
 - 2) отрезок BC , если $AB = 2$ м, $AC = \frac{3}{4}$ м.
7. Лежит ли точка E между точками D и F , если $DE = 6,4$ см, $EF = 3,9$ см, $DF = 9,3$ см? Ответ обоснуйте.
8. Точка C принадлежит отрезку AB , длина которого равна 48 см. Найдите длины отрезков AC и BC , если:
- 1) отрезок AC на 4 см больше отрезка BC ;
 - 2) отрезок AC в 5 раз меньше отрезка BC ;
 - 3) $MC : ME = 2 : 7$.
9. На прямой последовательно отметили точки K , O , M и N так, что $KM = 9$ см, $ON = 8$ см, $KN = 12$ см. Найдите отрезок OM .
10. Точка C лежит между точками A и B , точки D и E — середины отрезков AC и CB соответственно. Найдите длину отрезка DE , если $AB = 8,4$ см.
11. Отрезок длиной 8 см разделили на четыре отрезка. Расстояние между серединами крайних отрезков равно 5 см. Найдите расстояние между серединами средних отрезков.
12. На прямой последовательно отметили точки A , D , E , F и K так, что $AE = DF$ и $DE = FK$. Найдите отрезок AE , если $EK = 12$ см.
13. Начертите отрезок AB , длина которого равна 5 см. Отметьте на прямой AB такую точку C , что $AC - BC = 2$ см.
14. Точки K , P и T лежат на одной прямой. Найдите расстояние между точками P и T , если $KP = 4,9$ см, $KT = 5,4$ см. Сколько решений имеет задача?
15. Точки A , B , C и D лежат на одной прямой. Точка C лежит между точками A и B . Найдите длину отрезка CD , если $AB = 10$ см, $AC = 3$ см, $BD = 4$ см. Сколько решений имеет задача?

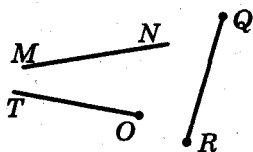


Рис. 71

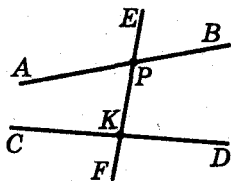


Рис. 72

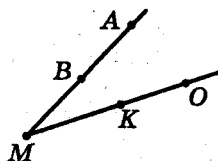


Рис. 73

16. Длина отрезка AB равна 8 см. Найдите на прямой AB все точки, для каждой из которых сумма расстояний до концов отрезка AB равна: 1) 8 см; 2) 10 см; 3) 7 см.

Луч. Угол. Измерение углов

17. Пересекаются ли изображенные на рисунке 71:

1) луч OT и отрезок QR ; 2) луч OT и прямая MN ?

18. Прямая EF пересекает прямые AB и CD в точках P и K (рис. 72).

1) Укажите все образовавшиеся лучи с началом в точке P .

2) Укажите пары дополнительных лучей, началом которых является точка K .

19. Отметьте точки A , B , C и D так, чтобы прямые AB и CD пересекались, а лучи AB и CD не пересекались.

20. Из приведенных записей выпишите те, которые являются обозначением угла с вершиной M , изображенного на рисунке 73: AOM , AMO , AMB , OMA , AMK , ABO , KMB , OMB .

21. Запишите все углы, изображенные на рисунке 74.

22. Начертите угол ABC и проведите лучи BD и BE между его сторонами. Запишите все образовавшиеся углы.

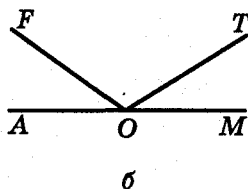
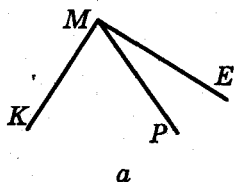


Рис. 74

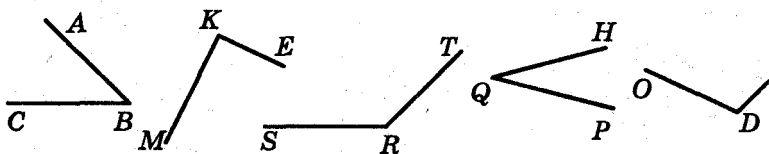


Рис. 75

23. Пользуясь транспортиром, найдите градусные меры углов, изображенных на рисунке 75. Укажите вид каждого угла.
24. Начертите угол, градусная мера которого равна: 1) 54° ; 2) 90° ; 3) 147° ; 4) 88° . Укажите вид каждого угла.
25. Начертите угол DEF , равный 116° . Пользуясь транспортиром, проведите его биссектрису.
26. Луч DF проходит между сторонами угла EDK . Найдите угол FDK , если $\angle EDK = 38^\circ$, $\angle EDF = 29^\circ$.
27. Луч BC проходит между сторонами угла ABD , равного 115° . Найдите углы CBD и ABC , если угол CBD в 4 раза больше угла ABC .
28. Развернутый угол разделили на три угла, градусные меры которых относятся как $2 : 3 : 4$. Найдите величины этих углов.
29. На рисунке 76 $\angle ABD = 85^\circ$, $\angle CBE = 45^\circ$, $\angle DBE = 12^\circ$. Найдите угол ABC .
30. На рисунке 77 $\angle ABK = \angle FBM$. Луч BP — биссектриса угла KBF . Докажите, что луч BP — биссектриса угла ABM .
31. Луч OC проходит между сторонами угла AOE . Луч OB — биссектриса угла AOC , луч OD — биссектриса угла COE . Найдите угол BOD , если $\angle AOE = 144^\circ$.

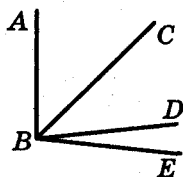


Рис. 76

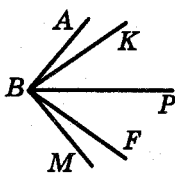


Рис. 77

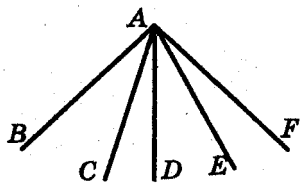


Рис. 78

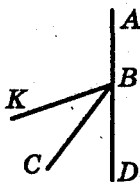


Рис. 79

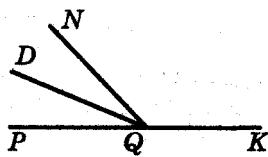


Рис. 80

32. На рисунке 78 $\angle BAD = \angle CAE$ и $\angle CAD = \angle EAF$. Найдите угол DAF , если $\angle BAD = 52^\circ$.
33. На рисунке 79 луч BC — биссектриса угла KBD . Найдите угол ABC , если $\angle KBD = 68^\circ$.
34. На рисунке 80 луч QD — биссектриса угла PQN . Найдите угол PQN , если $\angle DQK = 158^\circ$.

Смежные и вертикальные углы

35. Могут ли два смежных угла быть равными:
 1) 48° и 132° ; 2) 63° и 127° ?
36. Найдите угол, смежный с углом: 1) 17° ; 2) 90° .
37. Запишите все пары смежных углов, изображенных на рисунке 81.
38. Один из смежных углов на 42° меньше другого. Найдите эти углы.
39. Найдите смежные углы, если их градусные меры относятся как 4 : 5.
40. На рисунке 82 угол MEK равен 132° . Найдите углы MEF , FEP , PEK .
41. На рисунке 83 $\angle AOB = 56^\circ$, $\angle COD = 25^\circ$. Найдите угол FOE .

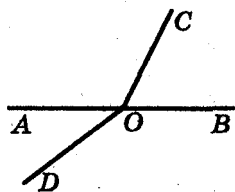


Рис. 81

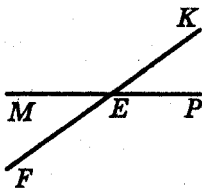


Рис. 82

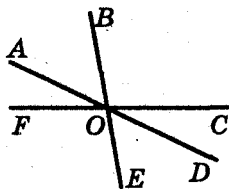


Рис. 83

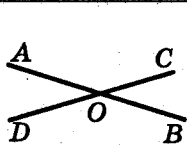


Рис. 84

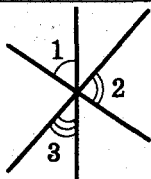


Рис. 85

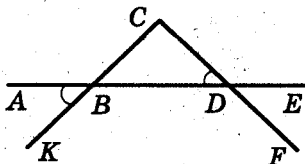


Рис. 86

42. На рисунке 84 $\angle AOD + \angle AOC + \angle COB = 210^\circ$. Найдите углы AOD и DOB .
43. Один из углов, образовавшихся при пересечении двух прямых, в 2 раза больше суммы смежных с ним углов. Найдите этот угол.
44. Три прямые пересекаются в одной точке (рис. 85). Найдите сумму углов 1 и 2, если $\angle 3 = 31^\circ$.
45. На рисунке 86 $\angle ABK = \angle CDB$. Докажите, что $\angle CBA = \angle BDF$.
46. Угол между биссектрисой угла и лучом, дополнительным к одной из его сторон, равен 138° . Найдите данный угол.
47. Какой угол образует биссектриса угла, равного 48° , с лучом, дополнительным к одной из его сторон?
48. На рисунке 87 прямые AB , CD и EF пересекаются в точке O . Луч OE — биссектриса угла AOD . Найдите угол AOF , если $\angle AOD = 148^\circ$.

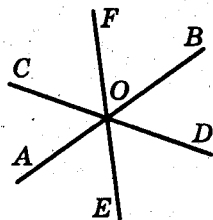


Рис. 87

Перпендикулярные прямые

49. Проведите прямую a и отметьте точку M , не принадлежащую ей. С помощью угольника проведите через точку M прямую, перпендикулярную прямой a .
50. Прямые c и d перпендикулярны (рис. 88). Укажите пары перпендикулярных отрезков, изображенных на рисунке.

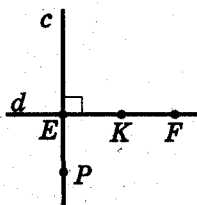


Рис. 88

51. На рисунке 89 $\angle AOD = \angle COF$, $\angle DOC = \angle BOF$. Докажите, что $OC \perp AB$.

52. Углы ABD и CBD прямые. Докажите, что точки A , B и C лежат на одной прямой.

53. Как, используя линейку и шаблон угла 18° , построить перпендикулярные прямые?

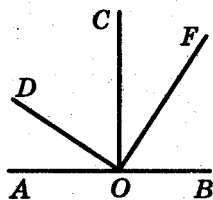


Рис. 89

Равные треугольники

54. Начертите произвольный треугольник. Обозначьте его вершины буквами A , B , C . Укажите:

- 1) сторону, противолежащую углу B ;
- 2) углы, прилежащие к стороне BC .

55. Укажите все треугольники, изображенные на рисунке 90, одной из вершин которых является точка A .

56. Треугольники MNP и AKT равны. Найдите отрезок AK и угол N , если $\angle M = \angle A$, $\angle P = \angle T$, $MN = 32$ см, $\angle K = 60^\circ$.

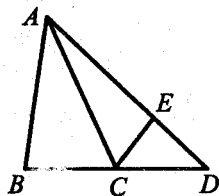


Рис. 90

57. Одна из сторон треугольника равна 38 см, вторая сторона на 16 см меньше первой, а третья сторона в 2 раза больше второй. Найдите периметр треугольника.

58. Одна из сторон треугольника в 3 раза меньше второй и на 23 см меньше третьей. Найдите стороны треугольника, если его периметр равен 108 см.

59. В треугольнике ABC проведены медианы AM и CK . Периметры треугольников ACK и BCK равны, а периметр треугольника ABC равен 26 см. Найдите разность периметров треугольников ABM и ACM , если $AB = 10$ см.

Первый и второй признаки равенства треугольников

60. Равные отрезки MN и KF пересекаются в точке E так, что $ME : EN = KE : EF = 3 : 1$. Докажите, что $\triangle MEF = \triangle KEN$.

61. На рисунке 91 $AD = DC$, $\angle ADB = \angle CDB$. Докажите, что $\triangle ABD = \triangle CBD$.

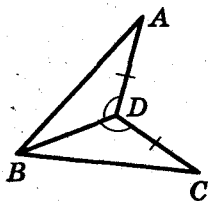


Рис. 91

62. На рисунке 92 серединные перпендикуляры l_1 и l_2 отрезков AB и CD пересекаются в точке O . Найдите отрезок OD , если $OA = OC$ и $OB = 4$ см.

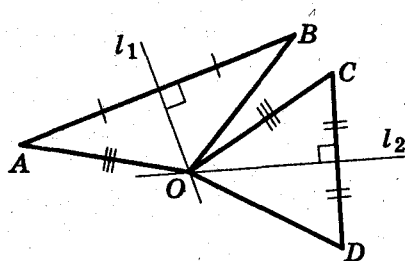


Рис. 92

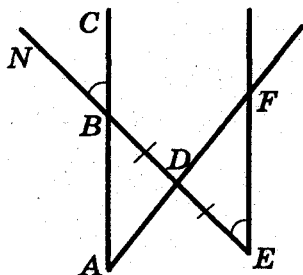


Рис. 93

64. На рисунке 93 $BD = DE$, $\angle NBC = \angle DEF$. Докажите, что $\triangle ABD = \triangle FED$.

65. На рисунке 94 $AC = BC$, $\angle CAD = \angle CBF$. Докажите, что $AD = BF$.

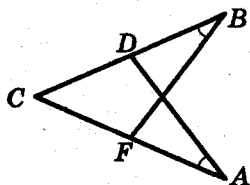


Рис. 94

66. На рисунке 95 $AD = CF$, $\angle BAC = \angle DFE$, $\angle ACB = \angle EDF$. Докажите, что $\angle ABC = \angle DEF$.

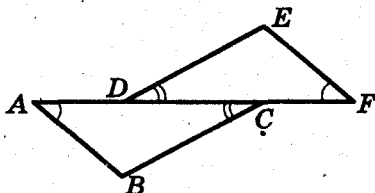


Рис. 95

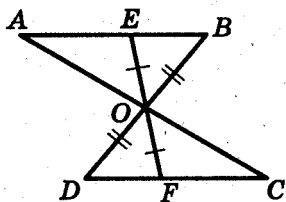


Рис. 96

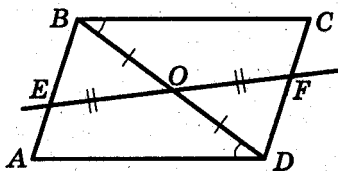


Рис. 97

67. На рисунке 96 $BO = OD$, $EO = OF$. Докажите, что $\triangle AOB = \triangle COD$.
68. На рисунке 97 $BO = OD$, $EO = OF$, $\angle ADB = \angle CBD$. Докажите, что $\triangle ABD = \triangle CBD$.
69. На рисунке 98 $BD = BE$, $DC = AE$, $\angle BDC = \angle BEA$. Найдите длину отрезка AD , если $CE = 6$ см.

Равнобедренный треугольник и его свойства

70. Основание равнобедренного треугольника равно 5 см, а боковая сторона — 6 см. Найдите периметр треугольника.
71. Периметр равнобедренного треугольника равен 12 см, а боковая сторона — 5 см. Найдите основание треугольника.
72. Периметр равнобедренного треугольника равен 40 см. Его боковая сторона является одной из сторон равностороннего треугольника, периметр которого равен 45 см. Найдите стороны равнобедренного треугольника.
73. Найдите стороны равнобедренного треугольника, если его периметр равен 22 см, а боковая сторона на 2 см больше основания.

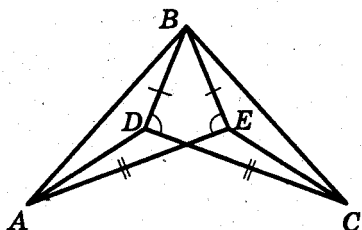


Рис. 98

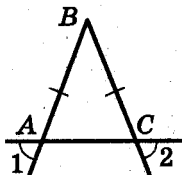


Рис. 99

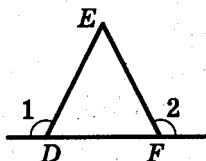


Рис. 100

74. Найдите стороны равнобедренного треугольника, если его периметр равен 70 см, а основание в 2 раза меньше боковой стороны.
75. На рисунке 99 $AB = BC$. Докажите, что $\angle 1 = \angle 2$.
76. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = BC$) провели высоту BD . Найдите ее длину, если периметр треугольника ABC равен 50 см, а периметр треугольника ABD — 40 см.
77. Серединный перпендикуляр стороны AB равнобедренного треугольника ABC ($AB = BC$) пересекает сторону AC в точке E . Найдите сторону AC , если $AB = 14$ см, а периметр треугольника BEC равен 40 см.
78. В равнобедренном треугольнике ABC на боковых сторонах AB и BC отметили соответственно точки N и M так, что $\angle MAB = \angle NCB$. Докажите, что $AN = CM$.
79. Докажите равенство равнобедренных треугольников по углу при вершине равнобедренного треугольника и биссектрисе треугольника, проведенной из вершины этого угла.

Признаки равнобедренного треугольника

80. На рисунке 100 $\angle 1 = \angle 2$. Докажите, что $ED = EF$.
81. На высоте CH равнобедренного треугольника ABC с основанием AB отметили точку M . Докажите, что треугольник AMB равнобедренный.
82. На медиане AM треугольника ABC отметили точку D . Докажите, что если $DB = DC$, то треугольник ABC равнобедренный.
83. На рисунке 101 $AB = BC$, $\angle BAD = \angle BCD$. Докажите, что $\triangle ABD = \triangle CBD$.

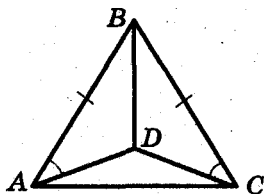


Рис. 101

84. На стороне FM треугольника KFM отметили точку N так, что $FN : NM = 3 : 1$. Биссектриса FL пересекает отрезок KN в его середине. Найдите FM , если $KF = 9$ см.

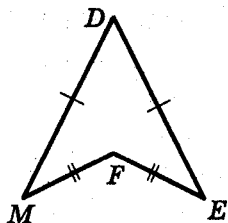


Рис. 102

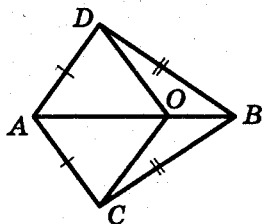


Рис. 103

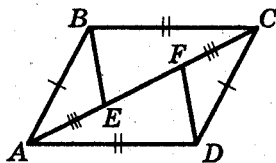


Рис. 104

Третий признак равенства треугольников

85. На рисунке 102 $DM = DE$, $FM = FE$. Найдите угол DMF , если $\angle DEF = 31^\circ$.
86. На сторонах BD и B_1D_1 треугольников ABD и $A_1B_1D_1$ отметили соответственно точки C и C_1 . Докажите равенство треугольников ABC и $A_1B_1C_1$, если $AB = A_1B_1$, $BD = B_1D_1$, $AD = A_1D_1$, $CD = C_1D_1$.
87. На рисунке 103 $AD = AC$, $BD = BC$. Докажите, что $\angle AOD = \angle AOC$.
88. На рисунке 104 $AB = CD$, $BC = AD$, $AE = CF$. Найдите угол ABE , если $\angle CDF = 49^\circ$.

Параллельные прямые

89. Перерисуйте в тетрадь рисунок 105. Проведите через точку M прямые, параллельные прямым a и b .
90. На рисунке 106 $AB = BC$, $AD = DC$, $\angle BAC = \angle BCA$, $EK = KF$, $\angle EKP = \angle FKP$. Докажите, что прямые a и b параллельны.

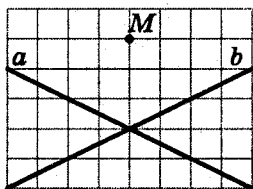


Рис. 105

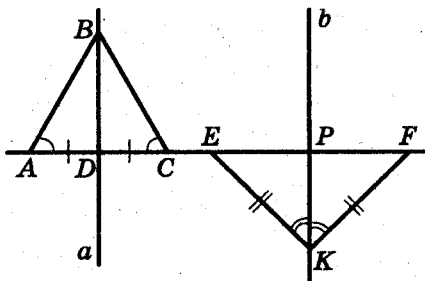


Рис. 106

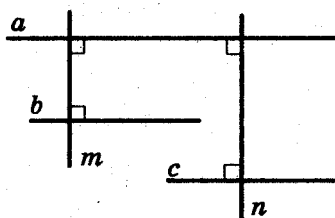


Рис. 107

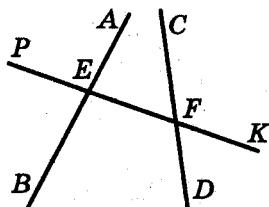


Рис. 108

91. Докажите, что прямые b и c параллельны (рис. 107).

Признаки параллельности двух прямых

92. На рисунке 108 укажите все пары разносторонних, односторонних и соответственных углов.

93. Параллельны ли прямые m и n на рисунке 109? Ответ обоснуйте.

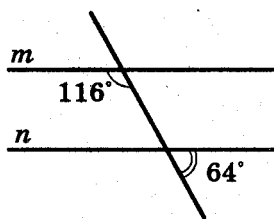


Рис. 109

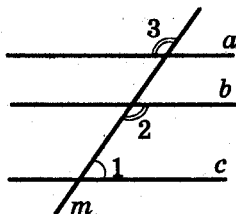


Рис. 110

94. На рисунке 110 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$, $\angle 2 = \angle 3$. Докажите, что прямые a и c параллельны.

95. На рисунке 111 $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$, $\angle ABC = \angle A_1B_1C_1$. Докажите, что прямые AB и A_1B_1 параллельны.

96. На рисунке 112 $PE = PK = KF$, $PF \perp KE$. Докажите, что прямые AB и CD параллельны.

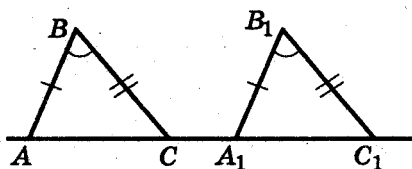


Рис. 111

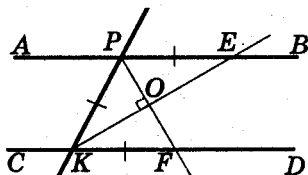


Рис. 112

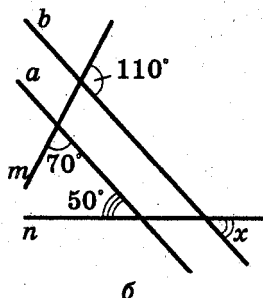
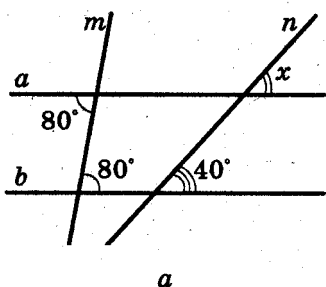


Рис. 113

Свойства параллельных прямых

97. Найдите все углы, образовавшиеся при пересечении двух параллельных прямых секущей, если один из этих углов равен 47° .
98. На рисунке 113 найдите градусную меру угла x .
99. Один из односторонних углов, образовавшихся при пересечении двух параллельных прямых секущей, на 48° меньше другого. Найдите эти углы.
100. На рисунке 114 прямые MN и KP параллельны. Докажите, что биссектрисы углов MCD и CDP параллельны.
101. На биссектрисе угла ABC отметили точку K и через нее провели прямую, параллельную стороне BA . Эта прямая пересекает сторону BC в точке F . Найдите углы BFK и FKB , если $\angle FBK = 40^\circ$.
102. На рисунке 115 биссектриса угла ABD пересекает прямую AC в точке F , а биссектриса угла DCK пересекает прямую BD в точке E . Докажите, что если $AB = AF$, то $CD = DE$.

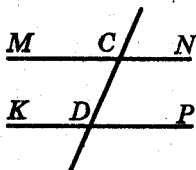


Рис. 114

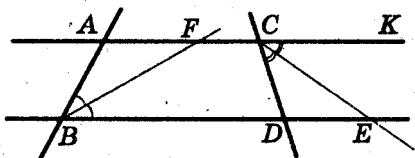


Рис. 115

103. На рисунке 116 $AB \parallel CD$. Найдите угол BAE , если $\angle AEC = 110^\circ$, $\angle DCE = 70^\circ$.

Сумма углов треугольника

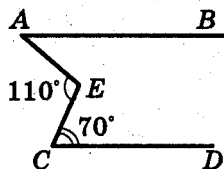
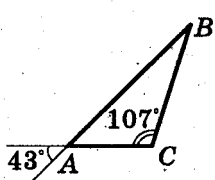
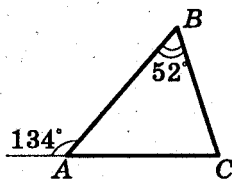


Рис. 116

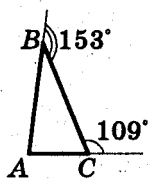
104. Найдите угол треугольника, если два других его угла равны 48° и 126° .
105. Угол при вершине равнобедренного треугольника равен 84° . Найдите углы при основании этого треугольника.
106. Найдите на рисунке 117 неизвестные углы треугольника ABC .



а



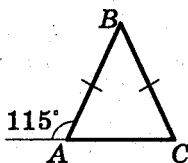
б



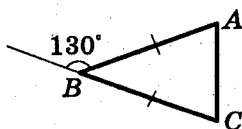
в

Рис. 117

107. Найдите на рисунке 118 неизвестные углы равнобедренного треугольника ABC ($AB = AC$).
108. Найдите углы треугольника ABC , если $\angle A + \angle B = 100^\circ$, $\angle B + \angle C = 120^\circ$.
109. Найдите углы равнобедренного треугольника, если угол при вершине равнобедренного треугольника на 18° больше угла при основании.
110. Найдите углы треугольника, если их градусные меры относятся как $3 : 5 : 7$.



а



б

Рис. 118

111. Один из углов треугольника равен 74° . Может ли внешний угол треугольника, не смежный с ним, быть равным:
1) 75° ; 2) 70° ?
112. Один из внешних углов треугольника равен 146° , а один из углов треугольника, не смежный с ним, — 89° . Найдите второй угол треугольника, не смежный с данным внешним.
113. Один из внешних углов треугольника равен 126° . Найдите углы треугольника, не смежные с ним, если один из них на 22° больше другого.
114. Два внешних угла треугольника равны 107° и 123° . Найдите третий внешний угол треугольника.
115. Найдите углы равнобедренного треугольника, если один из них на 18° меньше другого. Сколько решений имеет задача?
116. Биссектрисы углов A и C треугольника ABC пересекаются в точке O . Найдите угол ABC , если $\angle AOC = 125^\circ$.
117. Один из углов, образовавшихся при пересечении биссектрис двух углов равнобедренного треугольника, равен 136° . Найдите углы треугольника. Сколько решений имеет задача?
118. В треугольнике ABC проведены высота CH и биссектриса CM . Найдите угол HCM , если $\angle BAC = 68^\circ$, $\angle ABC = 26^\circ$.
119. Один из углов треугольника равен 110° . Высота и биссектриса, проведенные из вершины этого угла, образуют угол, равный 30° . Найдите неизвестные углы треугольника.
120. В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle C = 90^\circ$) проведена биссектриса AD . Найдите острые углы треугольника ABC , если $\angle ADC = 102^\circ$.
121. Высота CH и биссектриса AK прямоугольного треугольника ABC ($\angle C = 90^\circ$) пересекаются в точке M . Найдите острые углы треугольника ABC , если $\angle CMK = 64^\circ$.

122. Существует ли треугольник со сторонами: 1) 7 см, 8 см, 16 см; 2) 7 см, 9 см, 16 см? Ответ обоснуйте.
123. Найдите сторону AB равнобедренного треугольника ABC , если $BC = 7$ см, $AC = 14$ см.
124. Сравните углы треугольника DEF , если $DE < EF$ и $EF = DF$.
125. Сравните стороны треугольника PRS , если $\angle P > \angle S$ и $\angle R = \angle S$.
126. Существует ли треугольник ABC , в котором $\angle B = 44^\circ$, $\angle C = 85^\circ$, $AB = 11$ см, $AC = 12$ см?
127. Существует ли треугольник DEF , в котором $\angle D = 96^\circ$, $DF = 11$ см, $EF = 10$ см?
128. Может ли наименьшая сторона треугольника лежать против угла 63° ?
129. В треугольнике DEF известно, что $DE = 0,8$ см, $EF = 3,4$ см. Найдите третью сторону этого треугольника, если ее длина, выраженная в сантиметрах, равна целому числу. Сколько решений имеет задача?

Прямоугольный треугольник

130. Один из острых углов прямоугольного треугольника равен 47° . Найдите другой острый угол.
131. На рисунке 119 $\angle ABC = \angle DCB = 90^\circ$, $AB = CD$. Докажите, что $AC = BD$.
132. На рисунке 120 $\angle ABO = \angle DCO = 90^\circ$, $AB = CD$. Найдите отрезок AO , если $DO = 11$ см.
133. Из точки O , принадлежащей углу ACB , проведены перпендикуляры OD и OE к его сторонам. Найдите угол ACB , если $\angle OCB = 38^\circ$ и $OD = OE$.

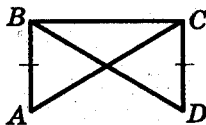


Рис. 119

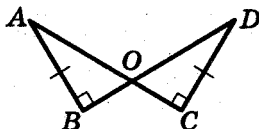


Рис. 120

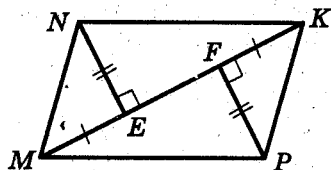


Рис. 121

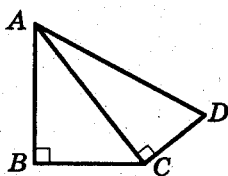


Рис. 122

134. На рисунке 121 $NE \perp MK$, $PF \perp MK$, $ME = KF$, $NE = PF$. Докажите, что $\angle NKM = \angle PMK$.

135. Через вершину C треугольника ABC провели прямую, пересекающую сторону AB в точке F . Из точек A и B на прямую CF опустили перпендикуляры AM и BN . Докажите, что если $FM = FN$, то отрезок CF — медиана треугольника ABC .

136. Прямоугольные треугольники DEF ($\angle D = 90^\circ$) и DEK ($\angle E = 90^\circ$) имеют общий катет DE , а точки F и K лежат в разных полуплоскостях относительно прямой DE . Докажите, что если $\angle DFE = \angle DKE$, то прямые EF и DK параллельны.

137. Докажите равенство прямоугольных треугольников по высоте, проведенной из вершины прямого угла, и углу, который она образует с одним из катетов.

138. В остроугольных треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ провели высоты AH и A_1H_1 . Докажите, что если $AB = A_1B_1$, $CH = C_1H_1$ и $\angle CAH = \angle C_1A_1H_1$, то $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$.

Свойства прямоугольного треугольника

139. Стороны прямоугольного треугольника равны 3 см, 4 см и 5 см. Укажите длины катетов и гипотенузы этого треугольника.

140. Стороны прямоугольного треугольника и высота, проведенная к гипотенузе, равны 36 см, 45 см, 60 см и 75 см. Укажите длины катетов этого треугольника, гипотенузы и высоты, проведенной к гипотенузе.

141. На рисунке 122 $\angle ABC = 90^\circ$, $\angle ACD = 90^\circ$. Докажите, что $AD > BC$.
142. Из точки P к прямой AB проведены наклонные PA и PB и перпендикуляр PC так, что точка C лежит между точками A и B , а угол PAB равен 48° . Сравните отрезки AC и BP .
143. В прямоугольном треугольнике ABC гипотенуза AB равна 16 см, $\angle A = 30^\circ$. Найдите катет BC .
144. В треугольнике ABC известно, что $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$. На катете AC отметили точку E так, что $\angle BEC = 60^\circ$. Найдите катет AC , если $EC = 8$ см.
145. В прямоугольном треугольнике DBC ($\angle C = 90^\circ$) провели высоту CK . Найдите угол BCK , если $DB = 14$ см, $BC = 7$ см.
146. В прямоугольном треугольнике DEP ($\angle P = 90^\circ$) провели высоту PK . Найдите гипотенузу DE , если $PE = 16$ см, $KE = 8$ см.
147. На рисунке 123 $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle BAK = 90^\circ$, $\angle CAB = 60^\circ$. Найдите угол AKB , если $AC = 8$ см, $BK = 32$ см.
148. В треугольнике ABC известно, что $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$. Биссектриса угла B пересекает катет AC в точке D . Найдите отрезок AD , если $BD + CD = 15$ см.

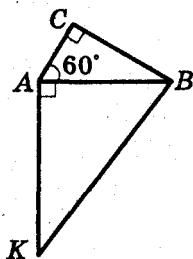


Рис. 123

Геометрическое место точек. Окружность и круг

149. Какие из точек на рисунке 124 принадлежат окружности с центром O ? кругу с центром O ?
150. Найдите радиус окружности, если ее диаметр равен: 1) 8 см; 2) k см.
151. Начертите окружность, радиус которой равен 2 см. Проведите в этой окружности радиус, диаметр и хорду, не являющуюся диаметром.

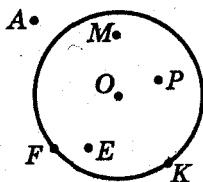


Рис. 124

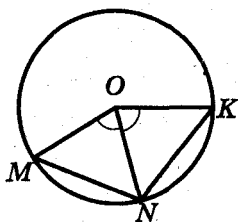


Рис. 125

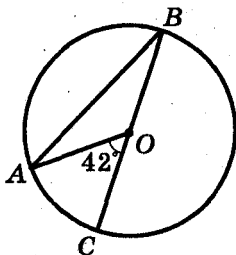


Рис. 126

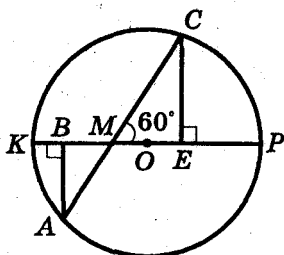


Рис. 127

152. В окружности проведены радиусы OM , ON и OK (рис. 125). Найдите хорду MN , если $\angle MON = \angle NOK$ и $NK = 9$ см.
153. На рисунке 126 точка O — центр окружности, $\angle AOC = 42^\circ$. Найдите угол ABC .
154. В окружности с центром O проведены диаметр AB и хорда BC . Найдите угол ACO , если $\angle ABC = 46^\circ$.
155. На рисунке 127 хорда AC пересекает диаметр KP в точке M , $\angle ABM = \angle MEC = 90^\circ$, $\angle CME = 60^\circ$, $AC = 18$ см. Найдите отрезок BE .
156. Дан отрезок CD длиной 2 см. Найдите ГМТ, которые равноудалены от точек C и D и находятся на расстоянии 3 см от прямой CD .
157. На одной из сторон тупого угла отметили точки C и D . Найдите ГМТ, которые равноудалены от точек C и D и находятся на расстоянии 2,5 см от прямой, содержащей другую сторону угла.
158. Найдите ГМТ, расстояние от которых до центра данной окружности в 2 раза больше ее радиуса.
159. Прямые a и b пересекаются. Найдите ГМТ, которые находятся на расстоянии 2 см от прямой a и на расстоянии 3 см от прямой b .
160. Даны точки M и N . Найдите ГМТ вершин K треугольников MNK таких, что медиана KA равна 3 см.

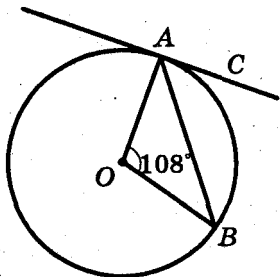


Рис. 128

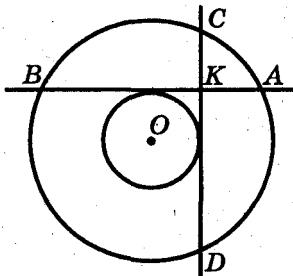


Рис. 129

161. Даны две параллельные прямые, расстояние между которыми равно 3 см. Найдите ГМТ, сумма расстояний от которых до этих прямых равна 5 см.
162. Даны две параллельные прямые, расстояние между которыми равно 3 см. Найдите ГМТ, сумма расстояний от которых до этих прямых больше 5 см.

Некоторые свойства окружности. Касательная к окружности

163. Прямая касается окружности с центром O в точке C . На касательной по разные стороны от точки C отметили точки A и B такие, что $CA = CB$. Найдите OA , если $OB = 9$ см.
164. На рисунке 128 прямая AC касается окружности с центром O в точке A . Найдите угол BAC , если $\angle AOB = 108^\circ$.
165. На рисунке 129 две окружности имеют общий центр O . К меньшей из них провели перпендикулярные касательные AB и CD , пересекающиеся в точке K . Найдите радиус меньшей окружности, если $AK = 2$ см, $BK = 6$ см.

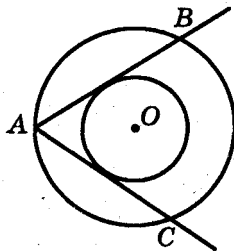


Рис. 130

166. На рисунке 130 две окружности имеют общий центр O . Через точку A большей окружности проведены касательные AB и AC к меньшей окружности. Найдите радиус меньшей окружности, если радиус большей равен 8 см, а $\angle BAC = 60^\circ$.

167. На рисунке 131 прямые AE , AF и BC касаются окружности в точках E , F и D соответственно. Найдите периметр треугольника ABC , если $AE = 5$ см.

Описанная и вписанная окружности треугольника

168. Точка пересечения высот DH и EK треугольника DEF является центром описанной около него окружности. Докажите, что треугольник DEF равносторонний.
169. На серединном перпендикуляре стороны AC треугольника ABC отметили точку O так, что $OC = OB$. Докажите, что точка O — центр окружности, описанной около треугольника ABC .
170. Найдите высоту равностороннего треугольника, если радиус окружности, описанной около этого треугольника, равен 12 см.
171. Боковая сторона равнобедренного треугольника делится точкой касания вписанной окружности в отношении $2 : 3$, считая от вершины угла при основании треугольника. Найдите основание треугольника, если его боковая сторона равна 15 см.
172. В прямоугольном треугольнике точка касания вписанной окружности делит гипотенузу на отрезки 3 см и 10 см. Найдите радиус окружности, если периметр треугольника равен 30 см.
173. К окружности, вписанной в равнобедренный треугольник ABC , проведена касательная, которая пересекает боковые стороны AB и AC в точках M и K соответственно. Найдите периметр треугольника ABC , если периметр треугольника AMK равен 14 см и $AB = AC = 10$ см.
174. Окружность, вписанная в треугольник ABC , касается стороны AB в точке D . Найдите сторону BC , если $AD = 3$ см, а периметр треугольника ABC равен 22 см.

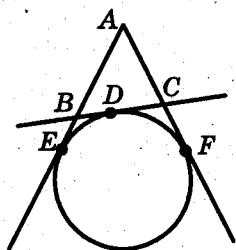


Рис. 131

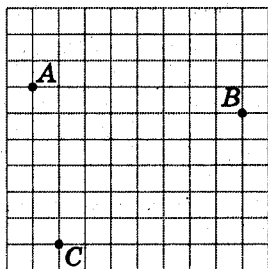


Рис. 132

Задачи на построение

175. Перерисуйте в тетрадь рисунок 132. Постройте окружность, проходящую через точки A , B и C .
176. Постройте касательную к данной окружности, образующую с данной прямой угол 30° . Сколько решений имеет задача?
177. Постройте равнобедренный треугольник по биссектрисе треугольника, проведенной из вершины угла при основании, и углу при вершине равнобедренного треугольника.
178. Постройте равнобедренный треугольник по высоте, проведенной к боковой стороне, и углу, который эта высота образует с основанием.
179. Постройте равнобедренный прямоугольный треугольник по отрезку, соединяющему середины его катетов.
180. Постройте равносторонний треугольник по отрезку, соединяющему середины двух его сторон.
181. Постройте треугольник ABC по его биссектрисе AD , углу BAC и углу ADC .
182. Даны окружность радиуса 3 см и принадлежащая ей точка M . Постройте точку, удаленную от точки M на 2 см и от центра окружности на 1,5 см. Сколько решений имеет задача?

183. Дан треугольник FKP . Постройте точку, равноудаленную от точек F и P , которая находится на расстоянии 1,5 см от точки K . Сколько решений может иметь задача?
184. Прямая a пересекает стороны угла DEF . Постройте точку, которая принадлежит углу, равноудалена от его сторон и находится на расстоянии 1,5 см от прямой a . Сколько решений может иметь задача?
185. Постройте прямоугольный треугольник по разности катетов и углу, противолежащему меньшему из них.

Вариант 3

Точки и прямые

1. Перерисуйте в тетрадь рисунок 133. Через каждые две отмеченные точки проведите прямую. Запишите все полученные прямые.

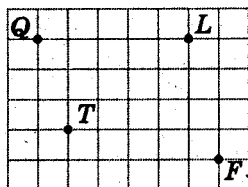


Рис. 133

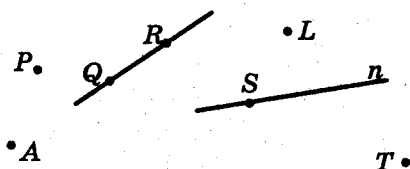


Рис. 134

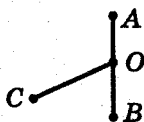
2. Проведите прямую и отметьте на ней точки A , B и C . Запишите все возможные обозначения этой прямой.
3. Пользуясь рисунком 134:
 - 1) определите, пересекаются ли прямые QR и n ;
 - 2) укажите все отмеченные точки, принадлежащие прямой n ; прямой QR ;
 - 3) укажите все отмеченные точки, не принадлежащие ни прямой n , ни прямой QR .

Отрезок и его длина

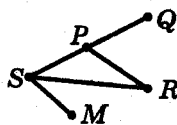
4. Укажите, какие из точек, отмеченных на рисунке 135, лежат между двумя другими. Для каждой указанной тройки точек запишите равенство, которое следует из основного свойства длины отрезка.
5. Укажите все отрезки, изображенные на рисунке 136.



Рис. 135



а



б

Рис. 136

6. Точка T лежит между точками Q и E . Найдите:
- 1) отрезок QE , если $QT = 4,8$ см, $TE = 8,3$ см;
 - 2) отрезок QT , если $QE = 5$ м, $TE = \frac{7}{15}$ м.
7. Лежит ли точка A между точками D и C , если $AD = 8,6$ см, $AC = 3,7$ см, $DC = 12,1$ см? Ответ обоснуйте.
8. Точка P принадлежит отрезку SM , длина которого равна 20 см. Найдите длины отрезков SP и PM , если:
- 1) отрезок SP на 12 см меньше отрезка PM ;
 - 2) отрезок PM в 4 раза больше отрезка SP ;
 - 3) $SP : PM = 2 : 3$.
9. На прямой последовательно отметили точки S, P, R и T так, что $PT = 5$ см, $SR = 12$ см, $PR = 2$ см. Найдите отрезок ST .
10. Точка S лежит между точками R и T , точки Q и M — середины отрезков SR и ST соответственно. Найдите длину отрезка RT , если $QM = 5,9$ дм.
11. Отрезок длиной 16 см разделили на четыре отрезка. Расстояние между серединами средних отрезков равно 4 см. Найдите расстояние между серединами крайних отрезков.
12. На прямой последовательно отметили точки M, K, P, F и T так, что $MP = KF$ и $KP = FT$. Найдите отрезок PT , если $MP = 9$ см.
13. Начертите отрезок EF , длина которого равна 6 см. Отметьте на прямой EF такую точку O , что $EO - FO = 4$ см.
14. Точки O, K и M лежат на одной прямой. Найдите расстояние между точками O и M , если $OK = 8,2$ см, $KM = 7,3$ см. Сколько решений имеет задача?
15. Точки V, P, K и M лежат на одной прямой. Точка K лежит между точками P и M . Найдите длину отрезка KV , если $PM = 11$ см, $KP = 6$ см, $VM = 17$ см. Сколько решений имеет задача?

16. Длина отрезка DK равна 10 см. Найдите на прямой DK все точки, для каждой из которых сумма расстояний до концов отрезка DK равна: 1) 10 см; 2) 12 см; 3) 8 см.

Луч. Угол. Измерение углов

17. Пересекаются ли изображенные на рисунке 137:

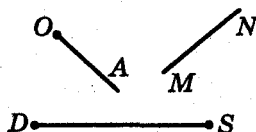


Рис. 137

- 1) луч OA и отрезок DS ;
- 2) прямая MN и луч OA ?

18. Прямая TN пересекает прямые SP и KE в точках O и M (рис. 138).

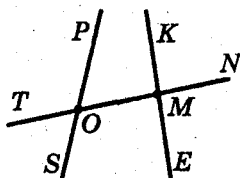


Рис. 138

- 1) Укажите все образовавшиеся лучи с началом в точке M .
- 2) Укажите пары дополнительных лучей, началом которых является точка O .

19. Отметьте точки S , M , P и V так, чтобы лучи SM и PV пересекались, а отрезки SM и PV не пересекались.

20. Из приведенных записей выпишите те, которые являются обозначением угла с вершиной O , изображенного на рисунке 139: KOF ; ODP ; FOD ; DOP ; ODF ; OPK ; POD ; POK .

21. Запишите все углы, изображенные на рисунке 140.

22. Начертите угол ASB и проведите лучи SK и SP между его сторонами. Запишите все образовавшиеся углы.

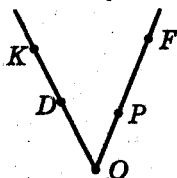
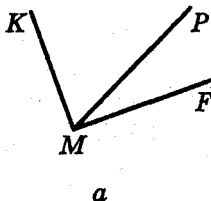
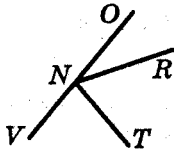


Рис. 139



а



б

Рис. 140

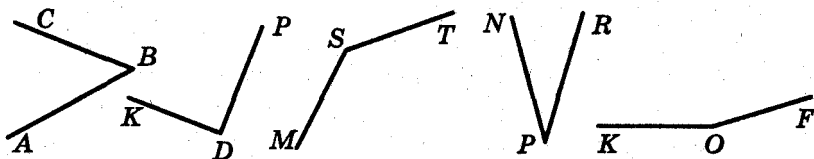


Рис. 141

23. Пользуясь транспортиром, найдите градусные меры углов, изображенных на рисунке 141. Укажите вид каждого угла.
24. Начертите угол, градусная мера которого равна: 1) 68° ; 2) 93° ; 3) 168° ; 4) 90° . Укажите вид каждого угла.
25. Начертите угол MOD , равный 78° . Пользуясь транспортиром, проведите его биссектрису.
26. Луч OD проходит между сторонами угла AOB . Найдите угол BOD , если $\angle AOB = 108^\circ$, $\angle AOD = 87^\circ$.
27. Луч SE проходит между сторонами угла ASB , равного 94° . Найдите углы ESA и ESB , если угол ESA на 32° меньше угла ESB .
28. Прямой угол разделили на три угла, градусные меры которых относятся как $3 : 4 : 8$. Найдите величины этих углов.
29. На рисунке 142 $\angle KAF = 54^\circ$, $\angle PAE = 68^\circ$, $\angle KAE = 94^\circ$. Найдите угол PAF .
30. На рисунке 143 $\angle DOF = \angle FOE$, $\angle EOT = \angle TOM$. Докажите, что $\angle DOM = 2 \angle FOT$.

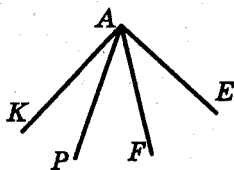


Рис. 142

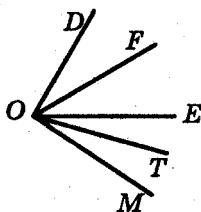


Рис. 143

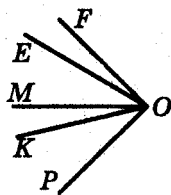


Рис. 144

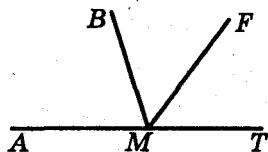


Рис. 145

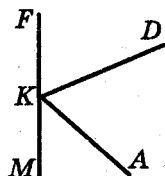


Рис. 146

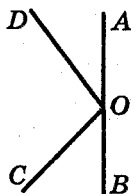


Рис. 147

31. Луч OK проходит между сторонами угла POM . Луч OF — биссектриса угла POK , луч OT — биссектриса угла KOM . Найдите угол POM , если $\angle FOT = 76^\circ$.
32. На рисунке 144 $\angle POM = \angle KOE$ и $\angle KOM = \angle EOF$. Найдите угол MOF , если $\angle MOP = 32^\circ$.
33. На рисунке 145 луч MF — биссектриса угла BMT . Найдите угол AMF , если $\angle BMT = 106^\circ$.
34. На рисунке 146 луч KD — биссектриса угла AKF . Найдите угол AKF , если $\angle MKD = 116^\circ$.

Смежные и вертикальные углы

35. Могут ли два смежных угла быть равными:
1) 84° и 96° ; 2) 23° и 147° ?
36. Найдите угол, смежный с углом: 1) 7° ; 2) 179° .
37. Запишите все пары смежных углов, изображенных на рисунке 147.
38. Один из смежных углов в 3 раза меньше другого. Найдите эти углы.
39. Найдите смежные углы, если их градусные меры относятся как 7 : 8.
40. На рисунке 148 угол PSM равен 58° . Найдите углы PSN , NSK , KSM .
41. На рисунке 149 $\angle FOK = 21^\circ$, $\angle MOD = 63^\circ$. Найдите угол NOH .

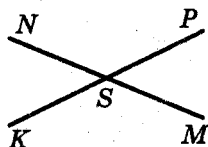


Рис. 148

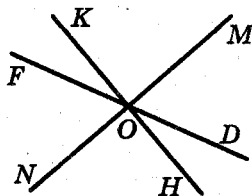


Рис. 149

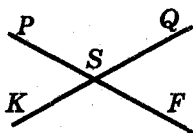


Рис. 150

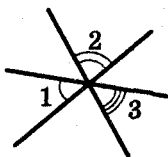


Рис. 151

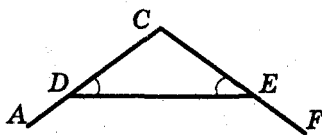


Рис. 152

42. На рисунке 150 $\angle PSQ + \angle QSF + \angle FSK = 300^\circ$. Найдите углы PSQ и QSF .
43. Один из углов, образовавшихся при пересечении двух прямых, в 22 раза больше суммы смежных с ним углов. Найдите этот угол.
44. Три прямые пересекаются в одной точке (рис. 151). Найдите угол 2, если $\angle 1 + \angle 3 = 126^\circ$.
45. На рисунке 152 $\angle CDE = \angle CED$. Докажите, что $\angle ADE = \angle DEF$.
46. Угол между биссектрисой угла и лучом, дополнительным к одной из его сторон, равен 116° . Найдите данный угол.
47. Какой угол образует биссектриса угла, равного 106° , с лучом, дополнительным к одной из его сторон?
48. На рисунке 153 прямые MD , PE и KF пересекаются в точке O . Луч OP — биссектриса угла MOF . Найдите угол EOF , если $\angle MOP = 58^\circ$.

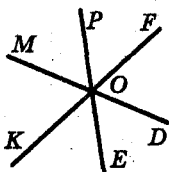


Рис. 153

Перпендикулярные прямые

49. Проведите прямую l и отметьте точку N , не принадлежащую ей. С помощью угольника проведите через точку N прямую, перпендикулярную прямой l .
50. Прямые m и n перпендикулярны (рис. 154). Укажите пары перпендикулярных отрезков, изображенных на рисунке.
51. На рисунке 155 $AB \perp KS$, $MS \perp CS$. Докажите, что $\angle ASM = \angle KSC$.
52. Углы AOB и AOC равны, а точки B , O и C лежат на одной прямой. Докажите, что углы AOB и AOC прямые.

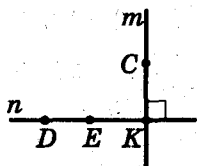


Рис. 154

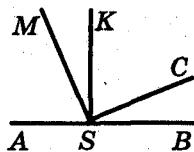


Рис. 155

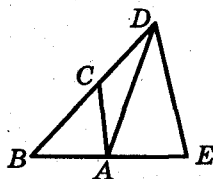


Рис. 156

53. Как, используя линейку и шаблон угла 6° , построить перпендикулярные прямые?

Равные треугольники

54. Начертите произвольный треугольник. Обозначьте его вершины буквами D, E, F . Укажите:

- 1) сторону, противолежащую углу E ;
- 2) углы, прилежащие к стороне DF .

55. Укажите все треугольники, изображенные на рисунке 156, одной из вершин которых является точка A .

56. Треугольники OST и MNP равны. Найдите отрезок MP и угол T , если $OT = MN$, $\angle O = \angle N$, $ST = 7$ дм, $\angle M = 15^\circ$.

57. Одна из сторон треугольника равна 32 см, вторая сторона в 2 раза меньше первой, а третья сторона на 19 см больше второй. Найдите периметр треугольника.

58. Одна из сторон треугольника на 39 см меньше второй и в 3 раза меньше третьей. Найдите стороны треугольника, если его периметр равен 189 см.

59. В треугольнике ABC проведены медианы BD и CE . Периметры треугольников ACE и BCE равны, а периметр треугольника BCD меньше периметра треугольника ABD на 4 см. Найдите стороны треугольника ABC , если его периметр равен 34 см.

Первый и второй признаки равенства треугольников

60. Равные отрезки DE и PK пересекаются в точке S так, что $DS : SE = PS : SK = 2 : 3$. Докажите, что $\triangle DS K = \triangle PS E$.

61. На рисунке 157 $BD = DC$, $\angle ADB = \angle ADC$. Докажите, что $\triangle ABD = \triangle ACD$.

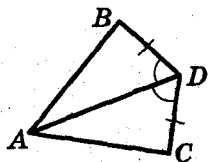


Рис. 157

62. На рисунке 158 серединные перпендикуляры l_1 и l_2 отрезков AB и CD пересекаются в точке O . Найдите отрезок OA , если $OB = OD$ и $OC = 7$ см.

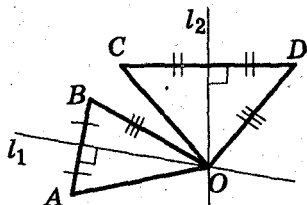


Рис. 158

63. Серединный перпендикуляр стороны BC треугольника ABC пересекает сторону AC в точке M . Найдите периметр треугольника AMB , если $AB = 5$ см, $AC = 14$ см.

64. На рисунке 159 $BD = BF$, $\angle BDE = \angle BFK$. Докажите, что $\triangle ABD = \triangle CBF$.

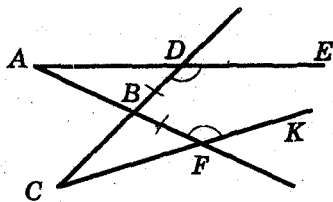


Рис. 159

65. На рисунке 160 $\angle BEC = \angle BDA$, $BE = BD$. Докажите, что $\angle BAD = \angle BCE$.

66. На рисунке 161 $CM = PA$, $\angle C = \angle A$, $\angle CPK = \angle AMK$. Докажите, что $\angle CKM = \angle AKP$.

67. На рисунке 162 $DO = OB$, $\angle EDO = \angle OBF$. Докажите, что $\triangle COE = \triangle AOF$.

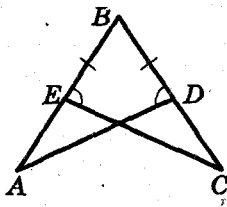


Рис. 160

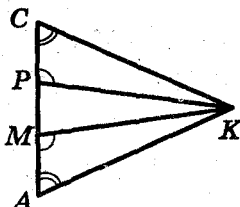


Рис. 161

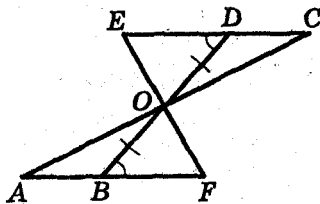


Рис. 162

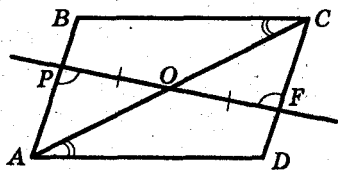


Рис. 163

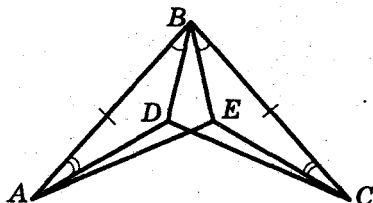


Рис. 164

68. На рисунке 163 $PO = OF$, $\angle APO = \angle CFO$, $\angle ACB = \angle CAD$.

Докажите, что $\triangle ABC = \triangle ADC$.

69. На рисунке 164 $AB = BC$, $\angle ABD = \angle CBE$, $\angle BAD = \angle BCE$.

Найдите угол BDC , если $\angle BEA = 100^\circ$.

Равнобедренный треугольник и его свойства

70. Основание равнобедренного треугольника равно 4 см, а боковая сторона — 11 см. Найдите периметр треугольника.

71. Периметр равнобедренного треугольника равен 26 см, основание — 8 см. Найдите боковую сторону треугольника.

72. Периметр равностороннего треугольника равен 18 см. Одна из его сторон является основанием равнобедренного треугольника, периметр которого равен 20 см. Найдите стороны равнобедренного треугольника.

73. Найдите стороны равнобедренного треугольника, если его периметр равен 46 см, а основание на 4 см больше боковой стороны.

74. Найдите стороны равнобедренного треугольника, если его периметр равен 78 см, а боковая сторона составляет 0,8 основания.

75. На рисунке 165 $MN = NK$. Докажите, что $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$.

76. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = BC$) провели биссектрису BD , длина которой равна 17 см. Найдите периметр треугольника ABD , если периметр треугольника ABC равен 68 см.

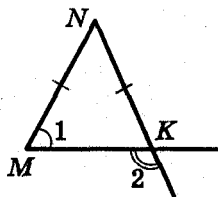


Рис. 165

77. Серединный перпендикуляр стороны ME равнобедренного треугольника KME ($KM = ME$) пересекает сторону KM в точке N . Найдите сторону KE , если $KM = 24$ см, а периметр треугольника KNE равен 36 см.
78. В равнобедренном треугольнике ABC на боковых сторонах AB и BC отметили соответственно точки D и E так, что $AD = CE$. Докажите, что $AE = CD$.
79. Докажите равенство равнобедренных треугольников по основанию и медиане, проведенной к основанию.

Признаки равнобедренного треугольника

80. На рисунке 166 $\angle 1 = \angle 2$. Докажите, что $DE = EF$.

81. На биссектрисе DB равнобедренного треугольника DEF с основанием EF отметили точку A . Докажите, что треугольник AEF равнобедренный.

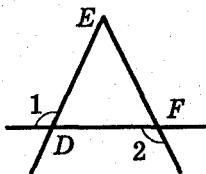


Рис. 166

82. На высоте CH треугольника ABC отметили точку K . Докажите, что если $\angle AKH = \angle BKH$, то треугольник ABC равнобедренный.

83. На рисунке 167 $CD = DN$, $\angle OCN = \angle ONC$. Докажите, что $\triangle DCO = \triangle DNO$.

84. На стороне NP треугольника DNP отметили точку C так, что $NC : CP = 3 : 2$. Биссектриса NM перпендикулярна отрезку DC . Найдите сторону DN , если известно, что $PC = 4$ см.

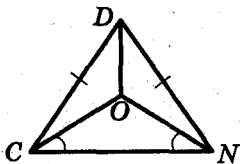


Рис. 167

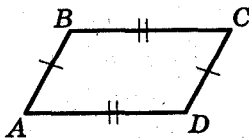


Рис. 168

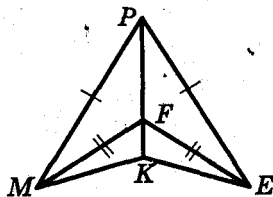


Рис. 169

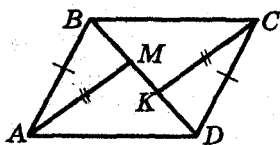


Рис. 170

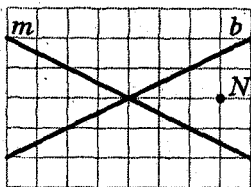


Рис. 171

Третий признак равенства треугольников

85. На рисунке 168 $AB = CD$, $BC = AD$. Найдите угол BCD , если $\angle BAD = 43^\circ$.
86. На сторонах AB и A_1B_1 треугольников ABC и $A_1B_1C_1$ отметили соответственно точки D и D_1 . Докажите равенство треугольников ABC и $A_1B_1C_1$, если $AC = A_1C_1$, $CD = C_1D_1$, $AD = A_1D_1$, $AB = A_1B_1$.
87. На рисунке 169 $MP = PE$, $MF = FE$. Докажите, что $\angle MKP = \angle EKP$.
88. На рисунке 170 $AB = CD$, $AM = CK$, $BK = DM$. Найдите отрезок BC , если $AD = 6$ см.

Параллельные прямые

89. Перерисуйте в тетрадь рисунок 171. Проведите через точку N прямые, параллельные прямым b и m .
90. На рисунке 172 $\angle BAM = \angle BCM$, $\angle ABM = \angle CBM$, $DK = FK$, $DE = EF$. Докажите, что прямые a и b параллельны.
91. Докажите, что прямые a и b параллельны (рис. 173).

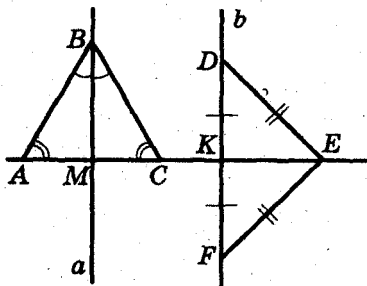


Рис. 172

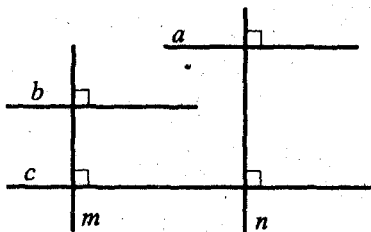


Рис. 173

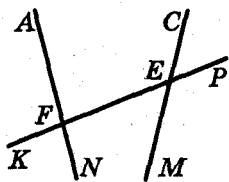


Рис. 174

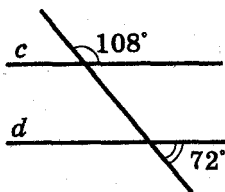


Рис. 175

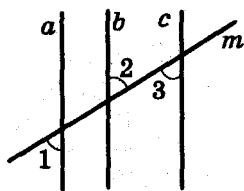


Рис. 176

Признаки параллельности двух прямых

92. На рисунке 174 укажите все пары разносторонних, односторонних и соответственных углов.
93. Параллельны ли прямые c и d на рисунке 175? Ответ обоснуйте.
94. На рисунке 176 $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 2 = \angle 3$. Докажите, что прямые a и c параллельны.
95. На рисунке 177 $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$, $AC = A_1C_1$. Докажите, что прямые AB и A_1B_1 параллельны.
96. На рисунке 178 $MK = KE$, $\angle NMK = \angle FMK$, $\angle MNK = \angle ENK$. Докажите, что прямые AB и CD параллельны.

Свойства параллельных прямых

97. Найдите все углы, образовавшиеся при пересечении двух параллельных прямых секущей, если один из этих углов равен 106° .
98. На рисунке 179 найдите градусную меру угла x .
99. Один из односторонних углов, образовавшихся при пересечении двух параллельных прямых секущей, в 4 раза больше другого. Найдите эти углы.

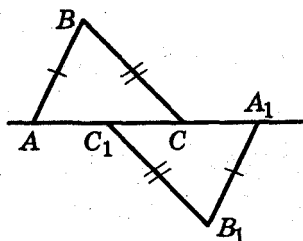


Рис. 177

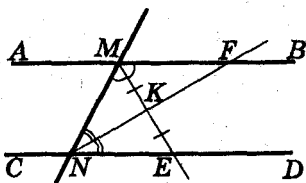
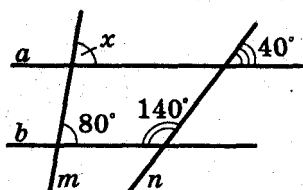
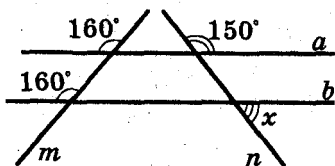


Рис. 178



а



б

Рис. 179

100. На рисунке 180 прямые DE и FK параллельны. Докажите, что биссектрисы углов PAE и FBM параллельны.
101. На стороне BC угла ABC отметили точку D и через нее провели прямую, параллельную стороне BA . Эта прямая пересекает биссектрису угла ABC в точке M . Найдите углы ABM и BDM , если $\angle BMD = 35^\circ$.
102. На рисунке 181 биссектриса угла CKF пересекает прямую AB в точке E , а биссектриса угла KFB пересекает прямую CD в точке P . Докажите, что если $EF = FK$, то $EF = KP$.

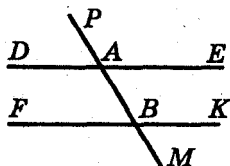


Рис. 180

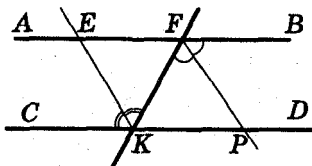


Рис. 181

103. На рисунке 182 $AB \parallel CD$. Найдите угол AOC , если $\angle BAO = 150^\circ$, $\angle OCD = 20^\circ$.

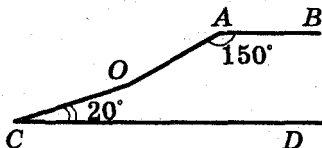


Рис. 182

Сумма углов треугольника

104. Найдите угол треугольника, если два других его угла равны 31° и 24° .
105. Угол при основании равнобедренного треугольника равен 29° . Найдите угол при вершине этого треугольника.

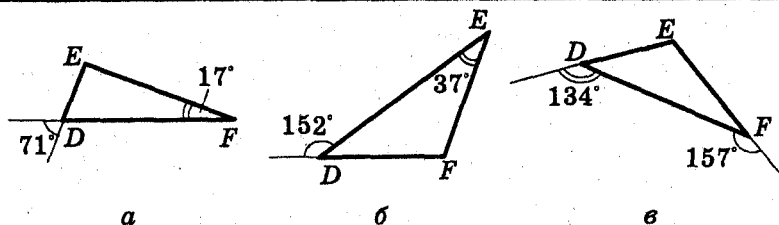


Рис. 183

106. Найдите на рисунке 183 неизвестные углы треугольника DEF .
107. Найдите на рисунке 184 неизвестные углы равнобедренного треугольника DEF ($DF = FE$).
108. Найдите углы треугольника ABC , если $\angle A + \angle B = 20^\circ$, $\angle A + \angle C = 175^\circ$.
109. Найдите углы равнобедренного треугольника, если угол при основании в 7 раз меньше угла при вершине равнобедренного треугольника.
110. Найдите углы треугольника, если их градусные меры относятся как $2 : 7 : 9$.
111. Один из углов треугольника равен 96° . Может ли внешний угол треугольника, не смежный с ним, быть равным: 1) 92° ; 2) 97° ?
112. Один из внешних углов треугольника равен 87° , а один из углов треугольника, не смежный с ним, — 48° . Найдите второй угол треугольника, не смежный с данным внешним.

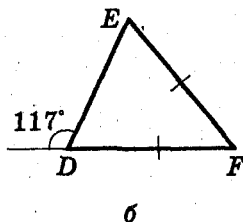
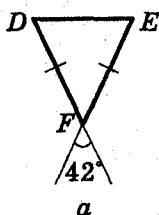


Рис. 184

113. Один из внешних углов треугольника равен 128° .
Найдите углы треугольника, не смежные с ним, если один из них в 7 раз больше другого.
114. Два внешних угла треугольника равны 152° и 141° .
Найдите третий внешний угол треугольника.
115. Найдите углы равнобедренного треугольника, если один из них в 4 раза меньше другого. Сколько решений имеет задача?
116. Биссектрисы углов A и B треугольника ABC пересекаются в точке O . Найдите угол ACB , если $\angle AOB = 130^\circ$.
117. Один из углов, образовавшихся при пересечении биссектрис двух углов равнобедренного треугольника, равен 130° . Найдите углы треугольника. Сколько решений имеет задача?
118. В треугольнике DME проведены высота DH и биссектриса DK . Найдите угол HDK , если $\angle DME = 63^\circ$, $\angle DEM = 19^\circ$.
119. Один из углов треугольника равен 120° . Высота и биссектриса, проведенные из вершины этого угла, образуют угол, равный 40° . Найдите неизвестные углы треугольника.
120. В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle C = 90^\circ$) проведена биссектриса AD . Найдите острые углы треугольника ABC , если $\angle ADC = 64^\circ$.
121. Высота CH и биссектриса BM прямоугольного треугольника ABC ($\angle C = 90^\circ$) пересекаются в точке K . Найдите острые углы треугольника ABC , если $\angle HKM = 116^\circ$.
122. Существует ли треугольник со сторонами: 1) 9 см, 11 см, 20 см; 2) 6 см, 4 см, 11 см? Ответ обоснуйте.
123. Найдите сторону AB равнобедренного треугольника ABC , если $AC = 8$ см, $BC = 3$ см.
124. Сравните углы треугольника PKE , если $PK > PE$ и $PK = KE$.

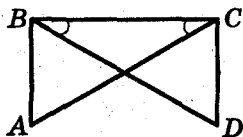


Рис. 185

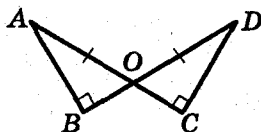


Рис. 186

125. Сравните стороны треугольника ABC , если $\angle A < \angle B$ и $\angle B < \angle C$.
126. Существует ли треугольник DEF , в котором $\angle E = 72^\circ$, $\angle F = 43^\circ$, $DE = 16$ см, $DF = 14$ см?
127. Существует ли треугольник MPK , в котором $\angle P = 110^\circ$, $MK = 8$ см, $PK = 9$ см?
128. Может ли наибольшая сторона треугольника лежать против угла 54° ?
129. В треугольнике MNK известно, что $MN = 0,9$ см, $MK = 3,7$ см. Найдите третью сторону этого треугольника, если ее длина, выраженная в сантиметрах, равна целому числу. Сколько решений имеет задача?

Прямоугольный треугольник

130. Один из острых углов прямоугольного треугольника равен 1° . Найдите другой острый угол.
131. На рисунке 185 $\angle ABC = \angle DCB = 90^\circ$, $\angle ACB = \angle DCB$. Докажите, что $AB = CD$.
132. На рисунке 186 $\angle ABO = \angle DCO = 90^\circ$, $AO = DO$. Найдите отрезок CD , если $AB = 7$ см.
133. Из точки D , принадлежащей углу ABC , проведены перпендикуляры DE и DF к его сторонам. Найдите угол DBE , если $\angle DBF = 36^\circ$ и $\angle BDE = \angle BDF$.
134. На рисунке 187 $NE \perp MK$, $PF \perp MK$, $MN = KP$, $NE = PF$. Докажите, что $MP = NK$.
135. В треугольнике ABC провели медиану BM . Из точек A и C на прямую BM опустили перпендикуляры AK и CN . Докажите, что $AK = CN$.

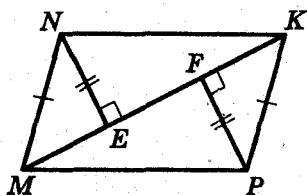


Рис. 187

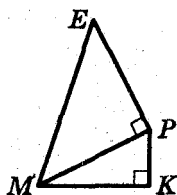


Рис. 188

136. Прямоугольные треугольники ABC и ADC имеют общую гипотенузу AC , а точки B и D лежат в разных полуплоскостях относительно прямой AC . Докажите, что если $\angle BAC = \angle ACD$, то прямые BC и AD параллельны.
137. Докажите равенство прямоугольных треугольников по острому углу и биссектрисе, проведенной из вершины второго острого угла.
138. В остроугольных треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ провели высоты CM и C_1M_1 . Докажите, что если $AM = A_1M_1$, $CM = C_1M_1$ и $\angle B = \angle B_1$, то $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$.

Свойства прямоугольного треугольника

139. Стороны прямоугольного треугольника равны 8 см, 15 см и 17 см. Укажите длины катетов и гипотенузы этого треугольника.
140. Стороны прямоугольного треугольника и высота, проведенная к гипотенузе, равны 48 см, 60 см, 80 см и 100 см. Укажите длины катетов этого треугольника, гипотенузы и высоты, проведенной к гипотенузе.
141. На рисунке 188 $\angle MKP = 90^\circ$, $\angle EPM = 90^\circ$. Докажите, что $ME > MK$.
142. Из точки D к прямой AB проведены наклонные DA и DB и перпендикуляр DC так, что точка C лежит между точками A и B , а угол ADC равен 38° . Сравните отрезки DB и AC .
143. В прямоугольном треугольнике CFO гипотенуза CO равна 42 см, $\angle O = 60^\circ$. Найдите катет FO .

144. В треугольнике KPE известно, что $\angle P = 90^\circ$, $\angle K = 30^\circ$. На катете PK отметили точку F так, что $\angle PEF = 30^\circ$. Найдите отрезок KF , если $FP = 6$ см.

145. В прямоугольном треугольнике DEP ($\angle P = 90^\circ$) провели высоту PK . Найдите угол PDE , если $PE = 6$ см, $KE = 3$ см.

146. В прямоугольном треугольнике DBC ($\angle C = 90^\circ$) провели высоту CK . Найдите отрезок BK , если $DB = 20$ см, $BC = 10$ см.

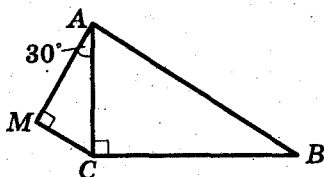


Рис. 189

147. На рисунке 189 $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle AMC = 90^\circ$, $\angle MAC = 30^\circ$.

Найдите угол BAC , если $AB = 40$ см, $MC = 10$ см.

148. В треугольнике ABC известно, что $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$. Биссектриса угла B пересекает катет AC в точке M . Найдите отрезок BM , если $AM - CM = 4$ см.

Геометрическое место точек. Окружность и круг

149. Какие из точек на рисунке 190 принадлежат окружности с центром O ? кругу с центром O ?

150. Найдите диаметр окружности, если ее радиус равен: 1) 15 см; 2) a см.

151. Начертите окружность, радиус которой равен 2,5 см. Проведите в этой окружности радиус, диаметр и хорду, не являющуюся диаметром.

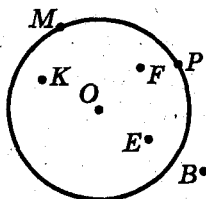


Рис. 190

152. В окружности провели радиусы OA , OB и OC (рис. 191). Найдите угол OCB , если $\angle AOB = \angle BOC$ и $\angle OAB = 58^\circ$.

153. На рисунке 192 точка O — центр окружности, $\angle ADF = 63^\circ$. Найдите угол AOF .

154. В окружности с центром O проведены диаметр AD и хорда DE . Найдите угол AEO , если $\angle ADE = 34^\circ$.

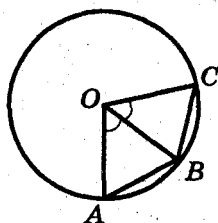


Рис.191

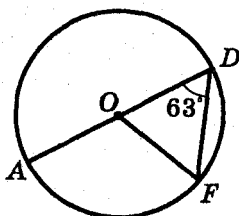


Рис. 192

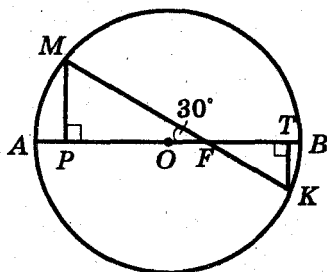


Рис. 193

155. На рисунке 193 хорда MK пересекает диаметр AB в точке F , $\angle MPF = \angle KTF = 90^\circ$, $\angle MFP = 30^\circ$, $MK = 22$ см. Найдите сумму длин отрезков MP и KT .
156. Дан отрезок EF длиной 4 см. Найдите ГМТ, которые равноудалены от точек E и F и находятся на расстоянии 2 см от прямой EF .
157. На одной из сторон острого угла отметили точки E и F . Найдите ГМТ, которые равноудалены от точек E и F и находятся на расстоянии 2 см от прямой, содержащей другую сторону угла.
158. Найдите ГМТ, расстояние от которых до центра данной окружности в 3 раза меньше ее радиуса.
159. Прямые a и b пересекаются. Найдите ГМТ, которые находятся на расстоянии 3 см от прямой a и на расстоянии 5 см от прямой b .
160. Даны точки E и F . Найдите ГМТ вершин D треугольников DEF таких, что медиана DM равна 2,5 см.
161. Даны две параллельные прямые, расстояние между которыми равно 1,5 см. Найдите ГМТ, сумма расстояний от которых до этих прямых равна 2 см.
162. Даны две параллельные прямые, расстояние между которыми равно 2 см. Найдите ГМТ, сумма расстояний от которых до этих прямых больше 4 см.

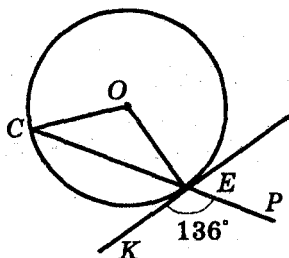


Рис. 194

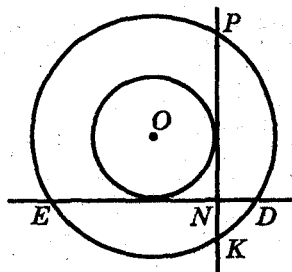


Рис. 195

Некоторые свойства окружности. Касательная к окружности

163. Прямая касается окружности с центром O в точке M . На касательной по разные стороны от точки M отметили точки K и P такие, что $\angle MOK = \angle MOR$. Найдите угол OKM , если $\angle OPM = 48^\circ$.

164. На рисунке 194 прямая KE касается окружности с центром O в точке E . Найдите угол COE , если $\angle KEP = 136^\circ$.

165. На рисунке 195 две окружности имеют общий центр O . К меньшей из них провели перпендикулярные касательные DE и KP , пересекающиеся в точке N . Найдите DN , если $DE = 10$ см, а радиус меньшей окружности равен 3 см.

166. На рисунке 196 две окружности имеют общий центр O . Через точку M большей окружности проведены касательные MB и MC к меньшей окружности, D — точка касания. Найдите радиус большей окружности, если $MD = 14$ см, а $\angle BMC = 120^\circ$.

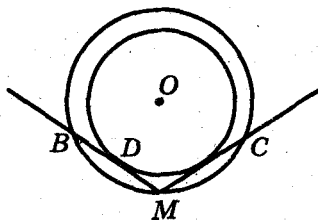


Рис. 196

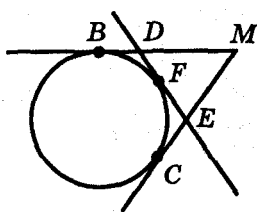


Рис. 197

167. На рисунке 197 прямые MB , MC и DE касаются окружности в точках B , C и F соответственно. Найдите отрезок MC , если периметр треугольника MDE равен 24 см.

Описанная и вписанная окружности треугольника

168. Точка пересечения медиан AN и CM треугольника ABC является центром вписанной в него окружности. Докажите, что треугольник ABC равносторонний.
169. Из точки O , принадлежащей биссектрисе BM треугольника ABC , проведены перпендикуляры OK и OF соответственно к сторонам AB и AC . Докажите, что если $OK = OF$, то точка O — центр окружности, вписанной в треугольник ABC .
170. Найдите радиус окружности, описанной около равностороннего треугольника, если радиус окружности, вписанной в этот треугольник, равен 7 см.
171. Боковая сторона равнобедренного треугольника делится точкой касания вписанной окружности в отношении 6 : 5, считая от вершины угла при основании треугольника. Найдите боковую сторону треугольника, если его периметр равен 68 см.
172. В прямоугольном треугольнике точка касания вписанной окружности делит гипотенузу на отрезки 6 см и 9 см. Найдите периметр треугольника, если радиус окружности равен 3 см.
173. К окружности, вписанной в равнобедренный треугольник ABC , проведена касательная, которая пересекает боковые стороны AB и BC в точках P и K соответственно. Найдите боковую сторону треугольника ABC , если периметр треугольника $BPК$ равен 8 см и $AC = 12$ см.
174. Окружность, вписанная в треугольник ABC , касается стороны AC в точке E . Найдите отрезок AE , если $BC = 8$ см, а периметр треугольника ABC равен 20 см.

Задачи на построение

175. Перерисуйте в тетрадь рисунок 198. Постройте окружность, проходящую через точки S , T и F .

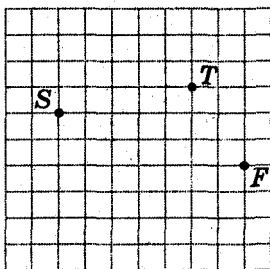


Рис. 198

176. Постройте касательную к данной окружности, образующую с данной прямой угол 60° . Сколько решений имеет задача?

177. Постройте равнобедренный треугольник по биссектрисе треуголь-

ника, проведенной из вершины угла при основании, и углу, который эта биссектриса образует с основанием.

178. Постройте равнобедренный треугольник по высоте, проведенной к основанию, и углу, который эта высота образует с боковой стороной.

179. Постройте равнобедренный прямоугольный треугольник по перпендикуляру, проведенному из середины гипотенузы к одному из катетов.

180. Постройте равносторонний треугольник по перпендикуляру, проведенному из середины одной из сторон к другой стороне.

181. Постройте треугольник ABC по его медиане CM , углу BCM и углу BMC .

182. Даны прямая b и принадлежащая ей точка A . Постройте точку, удаленную от точки A на 3 см, а от прямой b — на 2 см. Сколько решений имеет задача?

183. Дан треугольник ABC . Постройте точку, равноудаленную от точек B и C , которая находится на расстоянии 2,5 см от точки A . Сколько решений может иметь задача?

184. Прямая m пересекает стороны угла MON . Постройте точку, которая принадлежит углу, равноудалена от его сторон и находится на расстоянии 2,5 см от прямой m . Сколько решений может иметь задача?
185. Постройте прямоугольный треугольник по разности катетов и углу, противолежащему большему из них.

Вариант 4

Точки и прямые

1. Перерисуйте в тетрадь рисунок 199. Через каждые две отмеченные точки проведите прямую. Запишите все полученные прямые.

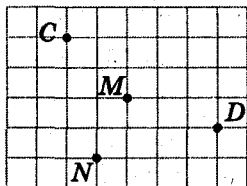


Рис. 199

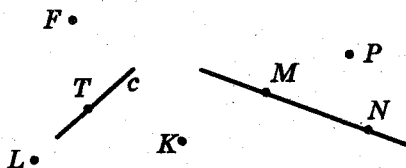


Рис. 200

2. Проведите прямую и отметьте на ней точки P , Q и R . Запишите все возможные обозначения этой прямой.
3. Пользуясь рисунком 200:
- 1) определите, пересекаются ли прямые MN и c ;
 - 2) укажите все отмеченные точки, принадлежащие прямой c ; прямой MN ;
 - 3) укажите все отмеченные точки, не принадлежащие ни прямой c , ни прямой MN .

Отрезок и его длина

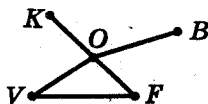
4. Укажите, какие из точек, отмеченных на рисунке 201, лежат между двумя другими. Для каждой указанной тройки точек запишите равенство, которое следует из основного свойства длины отрезка.
5. Укажите все отрезки, изображенные на рисунке 202.



Рис. 201



а



б

Рис. 202

6. Точка S лежит между точками P и K . Найдите:
- 1) отрезок PK , если $PS = 3,4$ дм, $SK = 1,9$ дм;
 - 2) отрезок PS , если $PK = 3$ м, $SK = \frac{4}{11}$ м.
7. Лежит ли точка Q между точками P и R , если $PQ = 4,7$ дм, $QR = 5,8$ дм, $PR = 9,5$ дм? Ответ обоснуйте.
8. Точка V принадлежит отрезку KO , длина которого равна 28 см. Найдите длины отрезков KV и VO , если:
- 1) отрезок VO на 18 см больше отрезка KV ;
 - 2) отрезок KV у 3 раз меньше отрезка VO ;
 - 3) $KV : VO = 2 : 5$.
9. На прямой последовательно отметили точки F , E , K и T так, что $FK = 7$ см, $FT = 14$ см, $ET = 10$ см. Найдите отрезок KE .
10. Точка A лежит между точками X и Y , точки O и P — середины отрезков AX и AY соответственно. Найдите длину отрезка OP , если $XY = 7,8$ см.
11. Отрезок длиной 12 см разделили на четыре отрезка. Расстояние между серединами крайних отрезков равно 8 см. Найдите расстояние между серединами средних отрезков.
12. На прямой последовательно отметили точки M , P , K , E и N так, что $MK = PE$ и $PK = EN$. Найдите отрезок MK , если $KN = 8$ см.
13. Начертите отрезок CD , длина которого равна 4 см. Отметьте на прямой CD точку K так, чтобы $CK - KD = 1$ см.
14. Точки D , E и F лежат на одной прямой. Найдите расстояние между точками D и F , если $DE = 3,6$ см, $EF = 2,9$ см. Сколько решений имеет задача?
15. Точки P , R , S и T лежат на одной прямой. Точка R лежит между точками P и S . Найдите длину отрезка RT , если $PS = 9$ см, $SR = 8$ см, $PT = 16$ см. Сколько решений имеет задача?

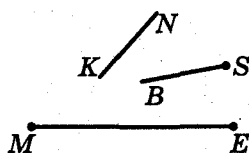


Рис. 203

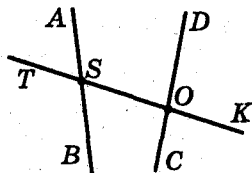


Рис. 204

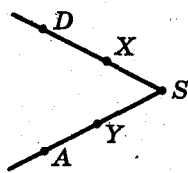


Рис. 205

16. Длина отрезка CF равна 9 см. Найдите на прямой CF все точки, для каждой из которых сумма расстояний до концов отрезка CF равна: 1) 9 см; 2) 10 см; 3) 6 см.

Луч. Угол. Измерение углов

17. Пересекаются ли изображенные на рисунке 203:

1) луч SB и отрезок ME ; 2) прямая KN и луч SB ?

18. Прямая KT пересекает прямые AB и CD в точках S и O (рис. 204).

1) Укажите все образовавшиеся лучи с началом в точке S .

2) Укажите пары дополнительных лучей, началом которых является точка O .

19. Отметьте точки S , Q , B и C так, чтобы прямые SQ и BC пересекались, а луч SQ не пересекал отрезок BC .

20. Из приведенных записей выпишите те, которые являются обозначением угла с вершиной S , изображенного на рисунке 205: DSA , SDY , SDX , ASX , DSY , XSY , ASD , XSA .

21. Запишите все углы, изображенные на рисунке 206.

22. Начертите угол MXD и проведите лучи XE и XF между его сторонами. Запишите все образовавшиеся углы.

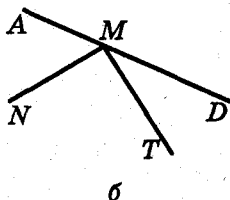
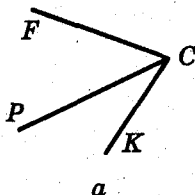


Рис. 206

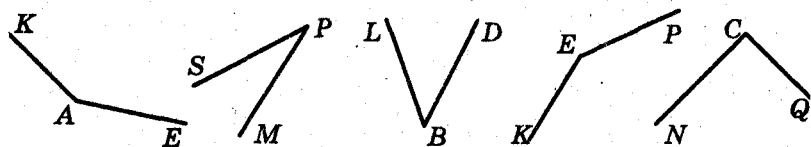


Рис. 207

23. Пользуясь транспортиром, найдите градусные меры углов, изображенных на рисунке 207. Укажите вид каждого угла.
24. Начертите угол, градусная мера которого равна: 1) 73° ; 2) 90° ; 3) 89° ; 4) 173° . Укажите вид каждого угла.
25. Начертите угол MTF , равный 132° . Пользуясь транспортиром, проведите его биссектрису.
26. Луч BN проходит между сторонами угла ABC . Найдите угол ABN , если $\angle ABC = 83^\circ$, $\angle CBN = 69^\circ$.
27. Луч QM проходит между сторонами угла CQF , равного 69° . Найдите углы MQC и MQF , если угол MQC на 27° больше угла MQF .
28. Развернутый угол разделили на 3 угла, градусные меры которых относятся как 3 : 5 : 7. Найдите величины этих углов.
29. На рисунке 208 $\angle AOK = 84^\circ$, $\angle BOC = 73^\circ$, $\angle BOK = 27^\circ$. Найдите угол AOC .
30. На рисунке 209 $\angle DOK = \angle MOP$, $\angle POK = \angle TOM$. Докажите, что $\angle DOT = 2\angle KOM$.
31. Луч SA проходит между сторонами угла BSC . Луч SD — биссектриса угла BSA , луч SE — биссектриса угла CSA . Найдите угол BSC , если $\angle DSE = 63^\circ$.

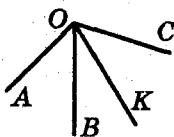


Рис. 208

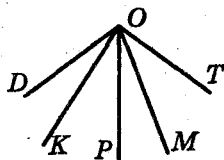


Рис. 209

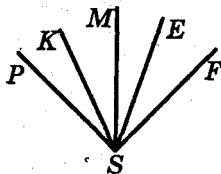


Рис. 210

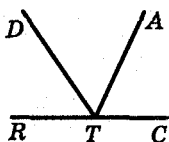


Рис. 211

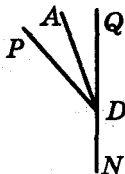


Рис. 212

32. На рисунке 210 $\angle PSM = \angle KSE$ и $\angle KSM = \angle ESF$. Найдите угол MSF , если $\angle PSM = 38^\circ$.

33. На рисунке 211 луч TD — биссектриса угла ATR . Найдите угол CTD , если $\angle ATR = 116^\circ$.

34. На рисунке 212 луч DA — биссектриса угла PDQ . Найдите угол PDQ , если $\angle ADN = 164^\circ$.

Смежные и вертикальные углы

35. Могут ли два смежных угла быть равными:

1) 31° и 159° ;

2) 142° и 38° ?

36. Найдите угол, смежный с углом: 1) 5° ; 2) 101° .

37. Запишите все пары смежных углов, изображенных на рисунке 213.

38. Один из смежных углов в 11 раз меньше другого. Найдите эти углы.

39. Найдите смежные углы, если их градусные меры относятся как 3 : 7.

40. На рисунке 214 угол CTB равен 71° . Найдите углы CTA , ATD , DTB .

41. На рисунке 215 $\angle MPD = 103^\circ$, $\angle FPK = 49^\circ$. Найдите угол EPT .

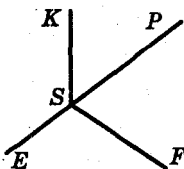


Рис. 213

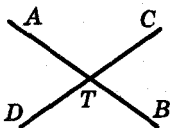


Рис. 214

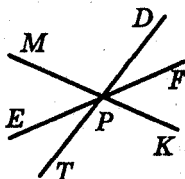


Рис. 215

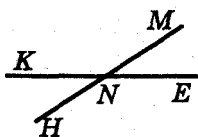


Рис. 216

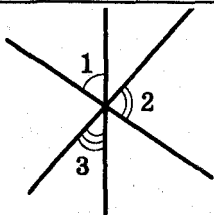


Рис. 217

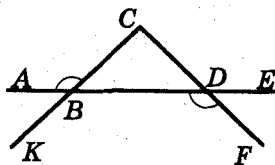


Рис. 218

42. На рисунке 216 $\angle KNH + \angle KNM + \angle MNE = 215^\circ$. Найдите углы KNH и KNM .
43. Один из углов, образовавшихся при пересечении двух прямых, в 4 раза больше суммы смежных с ним углов. Найдите этот угол.
44. Три прямые пересекаются в одной точке (рис. 217). Найдите сумму углов 2 и 3, если $\angle 1 = 48^\circ$.
45. На рисунке 218 $\angle CBA = \angle BDF$. Докажите, что $\angle ABK = \angle CDB$.
46. Угол между биссектрисой угла и лучом, дополнительным к одной из его сторон, равен 164° . Найдите данный угол.
47. Какой угол образует биссектриса угла, равного 126° , с лучом, дополнительным к одной из его сторон?
48. На рисунке 219 прямые DE , KF и PT пересекаются в точке S . Луч SP — биссектриса угла ESK . Найдите угол DSP , если $\angle ESK = 64^\circ$.

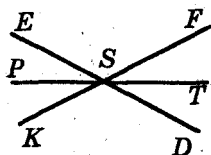


Рис. 219

Перпендикулярные прямые

49. Проведите прямую p и отметьте точку F , не принадлежащую ей. С помощью угольника проведите через точку F прямую, перпендикулярную прямой p .
50. Прямые p и l перпендикулярны (рис. 220). Укажите пары перпендикулярных отрезков, изображенных на рисунке.

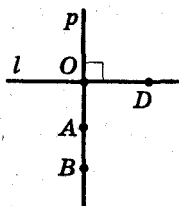


Рис. 220

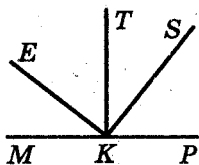


Рис. 221

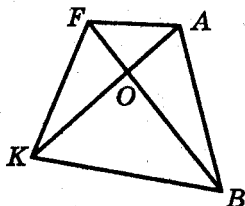


Рис. 222

51. На рисунке 221 $\angle MKS = \angle EKP$, $\angle EKT = \angle PKS$. Докажите, что $MP \perp TK$.
52. Углы FMN и FMK равны, а точки K , M и N лежат на одной прямой. Докажите, что углы FMN и FMK прямые.
53. Как, используя линейку и шаблон угла 5° , построить перпендикулярные прямые?

Равные треугольники

54. Начертите произвольный треугольник. Обозначьте его вершины буквами M , O , N . Укажите:
- 1) сторону, противоположную углу O ;
 - 2) углы, прилежащие к стороне MN .
55. Укажите все треугольники, изображенные на рисунке 222, одной из вершин которых является точка A .
56. Треугольники SKT и ABE равны. Найдите отрезок BE и угол K , если $ST = AE$, $\angle T = \angle E$, $KT = 15$ см, $\angle B = 108^\circ$.
57. Одна из сторон треугольника равна 48 см, вторая сторона в 2 раза больше первой, а третья сторона на 17 см меньше второй. Найдите периметр треугольника.
58. Одна из сторон треугольника на 27 см меньше второй и в 2 раза меньше третьей. Найдите стороны треугольника, если его периметр равен 163 см.
59. В треугольнике ABC проведены медианы AM и CD . Периметры треугольников ACD и BCD равны, а периметр треугольника ABC равен 32 см. Найдите стороны треугольника ABC , если $AC : AB = 5 : 6$.

Первый и второй признаки равенства треугольников

60. Равные отрезки MN и SV пересекаются в точке A так, что $MA : AN = SA : AV = 3 : 5$. Докажите, что $\triangle MAV = \triangle SAN$.

61. На рисунке 223 $\angle MFK = \angle PFK$, $MF = FP$. Докажите, что $\triangle MFK = \triangle PFK$.

62. На рисунке 224 серединные перпендикуляры l_1 и l_2 отрезков AB и CD пересекаются в точке O . Найдите отрезок OB , если $OA = OC$ и $OD = 9$ см.

63. Серединный перпендикуляр стороны AC треугольника ABC пересекает сторону AB в точке E . Найдите сторону AB , если $BC = 4$ см, а периметр треугольника BEC равен 16 см.

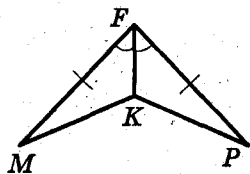


Рис. 223

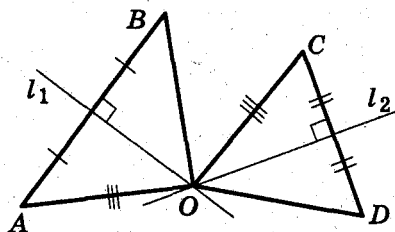


Рис. 224

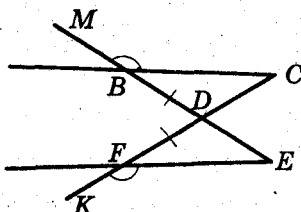


Рис. 225

64. На рисунке 225 $BD = FD$, $\angle MBC = \angle KFE$. Докажите, что $\triangle BCD = \triangle FED$.

65. На рисунке 226 $\angle EDK = \angle PMK$, $DK = KM$. Докажите, что $KE = KP$.

66. На рисунке 227 $\angle FDP = \angle KEN$, $DP = KE$, $\angle MKD = \angle NPE$. Докажите, что $MD = NE$.

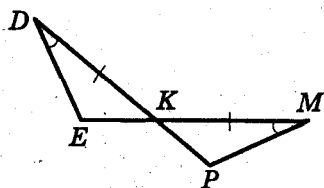


Рис. 226

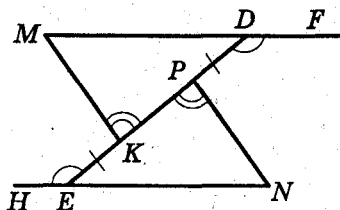


Рис. 227

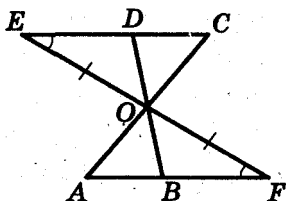


Рис. 228

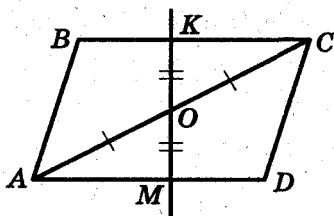


Рис. 229

67. На рисунке 228 $EO = OF$, $\angle E = \angle F$. Докажите, что $\triangle COD = \triangle AOB$.
68. На рисунке 229 $AO = OC$, $MO = OK$, $AD = BC$. Докажите, что $\triangle ABC = \triangle ADC$.
69. На рисунке 230 $BD = BE$, $\angle BDC = \angle BEA$, $\angle ABE = \angle CBD$. Найдите угол BAD , если $\angle BCE = 27^\circ$.

Равнобедренный треугольник и его свойства

70. Основание равнобедренного треугольника равно 11 см, а боковая сторона — 8 см. Найдите периметр треугольника.
71. Периметр равнобедренного треугольника равен 29 см, а боковая сторона — 9 см. Найдите основание треугольника.
72. Периметр равностороннего треугольника равен 24 см. Одна из его сторон является боковой стороной равнобедренного треугольника, периметр которого равен 20 см. Найдите стороны равнобедренного треугольника.
73. Найдите стороны равнобедренного треугольника, если его периметр равен 63 см, а боковая сторона на 6 см больше основания.

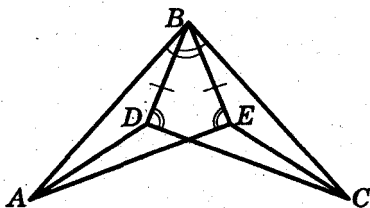


Рис. 230

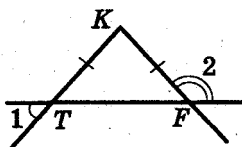


Рис. 231

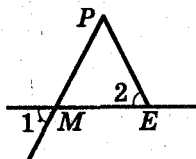


Рис. 232

74. Найдите стороны равнобедренного треугольника, если его периметр равен 87 см, а основание составляет 0,9 боковой стороны.
75. На рисунке 231 $TK = KF$. Докажите, что $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$.
76. В равнобедренном треугольнике MKP ($MK = KP$) провели биссектрису KE . Найдите ее длину, если периметр треугольника MKP равен 72 см, а периметр треугольника MKE — 48 см.
77. Серединный перпендикуляр стороны DE равнобедренного треугольника DEF ($DE = EF$) пересекает сторону DF в точке K . Найдите сторону DF , если $DE = 21$ см, а периметр треугольника EKF равен 60 см.
78. В равнобедренном треугольнике ACK на боковых сторонах AC и CK отметили соответственно точки D и F так, что $CD = CF$. Докажите, что $\angle DKA = \angle FAK$.
79. Докажите равенство равнобедренных треугольников по основанию и биссектрисе треугольника, проведенной из вершины равнобедренного треугольника.

Признаки равнобедренного треугольника

80. На рисунке 232 $\angle 1 = \angle 2$. Докажите, что $PM = PE$.
81. Дан равнобедренный треугольник ABC с основанием AC . На продолжении его медианы BD за точку D отметили точку K . Докажите, что треугольник AKC равнобедренный.
82. На медиане BM треугольника ABC отметили точку K . Докажите, что если $\angle AKM = \angle CKM$, то треугольник ABC равнобедренный.
83. На рисунке 233 $\angle OME = \angle OEM$, $\angle PMO = \angle PEO$. Докажите, что $\triangle MOP = \triangle EOP$.

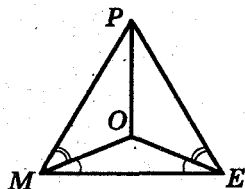


Рис. 233

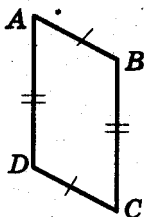


Рис. 234

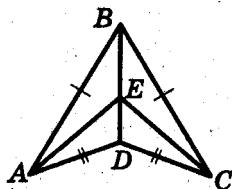


Рис. 235

84. На стороне QD треугольника TQD отметили точку F так, что $DF : FQ = 1 : 4$. Биссектриса QE пересекает отрезок TF в его середине. Найдите отрезок TQ , если известно, что $DF = 3$ см.

Третий признак равенства треугольников

85. На рисунке 234 $AB = CD$, $BC = AD$. Найдите угол ADC , если $\angle ABC = 118^\circ$.
86. На сторонах BC и B_1C_1 треугольников ABC и $A_1B_1C_1$ отметили соответственно точки D и D_1 . Докажите равенство треугольников ABC и $A_1B_1C_1$, если $AD = A_1D_1$, $BD = B_1D_1$, $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$.
87. На рисунке 235 $AB = BC$ и $AD = DC$. Докажите, что $AE = EC$.
88. На рисунке 236 $AB = CD$, $BC = AD$, $\angle BAF = \angle DCE$. Найдите отрезок CE , если $AF = 8$ см.

Параллельные прямые

89. Перерисуйте в тетрадь рисунок 237. Проведите через точку K прямые, параллельные прямым a и b .

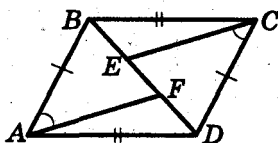


Рис. 236

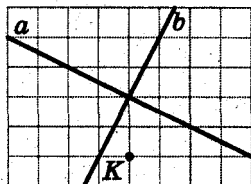


Рис. 237

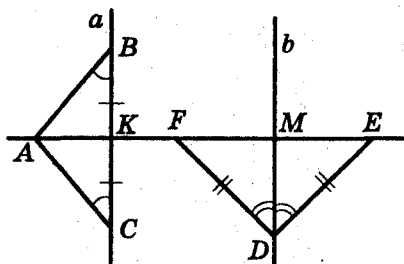


Рис. 238

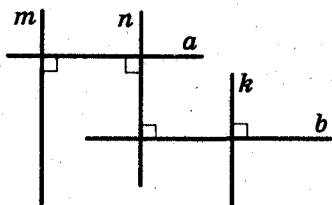


Рис. 239

90. На рисунке 238 $\angle ABC = \angle ACB$, $BK = KC$, $DF = DE$, $\angle FDM = \angle EDM$. Докажите, что прямые a и b параллельны.

91. Докажите, что прямые m и k параллельны (рис. 239).

Признаки параллельности двух прямых

92. На рисунке 240 укажите все пары разносторонних, односторонних и соответственных углов.

93. Параллельны ли прямые a и c на рисунке 241? Ответ обоснуйте.

94. На рисунке 242 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$, $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$. Докажите, что прямые a и c параллельны.

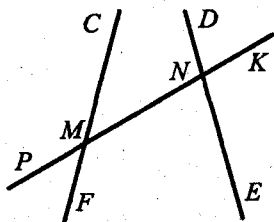


Рис. 240

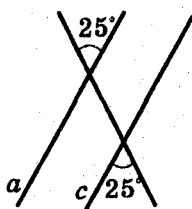


Рис. 241

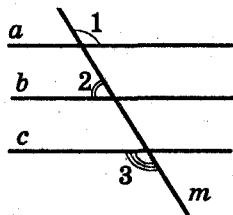


Рис. 242

95. На рисунке 243 $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$, $\angle BAC = \angle B_1A_1C_1$. Докажите, что прямые BC и B_1C_1 параллельны.

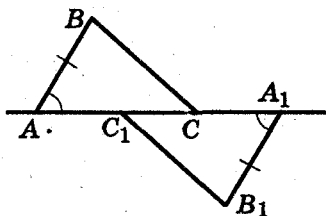


Рис. 243

96. На рисунке 244 $KP = FP$, $\angle MFK = \angle EFK$, $FK \perp ME$. Докажите, что прямые AB и CD параллельны.

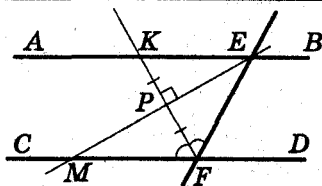


Рис. 244

Свойства параллельных прямых

97. Найдите все углы, образовавшиеся при пересечении двух параллельных прямых секущей, если один из этих углов равен 138° .
98. На рисунке 245 найдите градусную меру угла x .
99. Один из односторонних углов, образовавшихся при пересечении двух параллельных прямых секущей, в 5 раз меньше другого. Найдите эти углы.
100. На рисунке 246 прямые AB и CD параллельны. Докажите, что биссектрисы углов APM и DKN параллельны.
101. На биссектрисе угла ABC отметили точку P и через нее провели прямую, параллельную стороне BC . Эта прямая пересекает сторону BA в точке N . Найдите углы BPN и BNP , если $\angle ABC = 120^\circ$.
102. На рисунке 247 биссектрисы углов AMP и BMP пересекают прямую CD в точках F и E . Докажите, что если $MP = PE$, то $FP = FE$.
103. На рисунке 248 $AB \parallel DE$. Найдите угол BCD , если $\angle ABC = 140^\circ$, $\angle CDE = 10^\circ$.

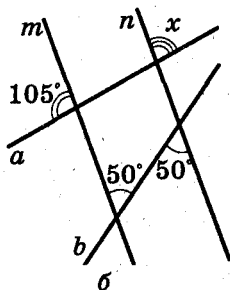
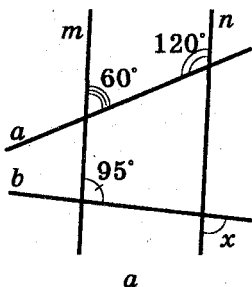


Рис. 245

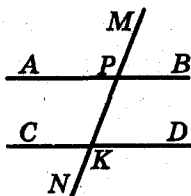


Рис. 246

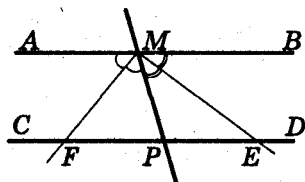


Рис. 247

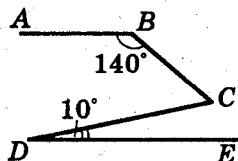
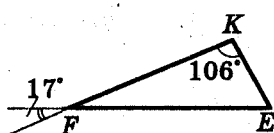


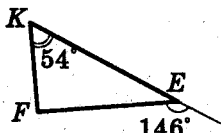
Рис. 248

Сумма углов треугольника

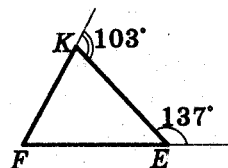
104. Найдите угол треугольника, если два других его угла равны 4° и 7° .
105. Угол при основании равнобедренного треугольника равен 67° . Найдите угол при вершине этого треугольника.
106. Найдите на рисунке 249 неизвестные углы треугольника FKE .



а



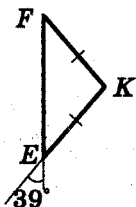
б



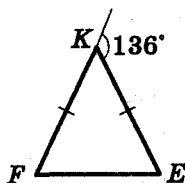
в

Рис. 249

107. Найдите на рисунке 250 неизвестные углы равнобедренного треугольника FKE ($FK = KE$).
108. Найдите углы треугольника MFK , если $\angle M + \angle K = 130^\circ$, $\angle K + \angle F = 170^\circ$.



а



б

Рис. 250

109. Найдите углы равнобедренного треугольника, если угол при вершине равнобедренного треугольника в 2 раза меньше угла при основании.
110. Найдите углы треугольника, если их градусные меры относятся как $2 : 3 : 4$.
111. Один из углов треугольника равен 104° . Может ли внешний угол треугольника, не смежный с ним, быть равным: 1) 105° ; 2) 103° ?
112. Один из внешних углов треугольника равен 73° , а один из углов треугольника, не смежный с ним, — 27° . Найдите второй угол треугольника, не смежный с данным внешним.
113. Один из внешних углов треугольника равен 98° . Найдите углы треугольника, не смежные с ним, если один из них в 13 раз меньше другого.
114. Два внешних угла треугольника равны 151° и 143° . Найдите третий внешний угол треугольника.
115. Найдите углы равнобедренного треугольника, если один из них в 2 раза больше другого. Сколько решений имеет задача?
116. Биссектрисы углов M и P треугольника MPK пересекаются в точке O . Найдите угол MKP , если $\angle MOR = 145^\circ$.
117. Один из углов, образовавшихся при пересечении биссектрис двух углов равнобедренного треугольника, равен 140° . Найдите углы треугольника. Сколько решений имеет задача?
118. В треугольнике ABC провели высоту $АН$ и биссектрису $АМ$. Найдите угол $НАМ$, если $\angle BAC = 28^\circ$, $\angle ABC = 76^\circ$.
119. Один из углов треугольника равен 130° . Высота и биссектриса, проведенные из вершины этого угла, образуют угол, равный 50° . Найдите неизвестные углы треугольника.

120. В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle C = 90^\circ$) проведена биссектриса BD . Найдите острые углы треугольника ABC , если $\angle ADB = 110^\circ$.
121. Высота CH и биссектриса AM прямоугольного треугольника ABC ($\angle C = 90^\circ$) пересекаются в точке O . Найдите острые углы треугольника ABC , если $\angle AOH = 77^\circ$.
122. Существует ли треугольник со сторонами: 1) 8 см, 11 см, 19 см; 2) 9 см, 17 см, 27 см? Ответ обоснуйте.
123. Найдите сторону AB равнобедренного треугольника ABC , если $AC = 6$ см, $BC = 12$ см.
124. Сравните углы треугольника MKF , если $MK > KF$ и $MK = MF$.
125. Сравните стороны треугольника MKE , если $\angle M < \angle K$ и $\angle E = \angle M$.
126. Существует ли треугольник MPK , в котором $\angle M = 75^\circ$, $\angle K = 61^\circ$, $PK = 28$ см, $MP = 30$ см?
127. Существует ли треугольник MNT , в котором $\angle N = 98^\circ$, $MN = 12$ см, $MT = 10$ см?
128. Может ли наименьшая сторона треугольника лежать против угла 69° ?
129. В треугольнике PKE известно, что $PK = 1,4$ см, $PE = 2,5$ см. Найдите третью сторону этого треугольника, если ее длина, выраженная в сантиметрах, равна целому числу. Сколько решений имеет задача?

Прямоугольный треугольник

130. Один из острых углов прямоугольного треугольника равен 54° . Найдите другой острый угол.
131. На рисунке 251 $\angle ABC = \angle DCB = 90^\circ$, $\angle BAC = \angle CDB$. Докажите, что $AC = BD$.

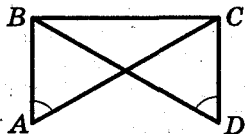


Рис. 251

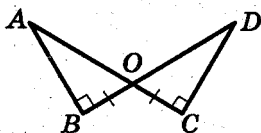


Рис. 252

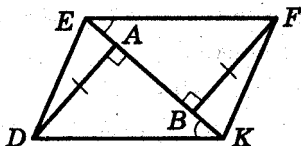


Рис. 253

132. На рисунке 252 $\angle ABO = \angle DCO = 90^\circ$, $BO = CO$. Найдите отрезок OD , если $AO = 12$ см.
133. Из точки M , принадлежащей углу ABC , проведены перпендикуляры ME и MD к его сторонам. Найдите угол DMB , если $\angle EMB = 52^\circ$ и $BD = BE$.
134. На рисунке 253 $DA \perp EK$, $FB \perp EK$, $DA = FB$, $\angle FEK = \angle DKE$. Докажите, что $DE = FK$.
135. В треугольнике ABC провели медиану AM . Из точек B и C на прямую AM опустили перпендикуляры BK и CN . Докажите, что $KM = NM$.
136. Прямоугольные треугольники NKF ($\angle N = 90^\circ$) и NKS ($\angle K = 90^\circ$) имеют общий катет NK , а точки F и S лежат в разных полуплоскостях относительно прямой NK . Докажите, что если $KF = NS$, то прямые KF и NS параллельны.
137. Докажите равенство прямоугольных треугольников по высоте, проведенной из вершины прямого угла, и одному из отрезков, на которые эта высота делит гипотенузу.
138. В остроугольных треугольниках DEF и $D_1E_1F_1$ провели высоты DK и D_1K_1 . Докажите, что если $DF = D_1F_1$, $DK = D_1K_1$, $EK = E_1K_1$, то $\triangle DEF = \triangle D_1E_1F_1$.

Свойства прямоугольного треугольника

139. Стороны прямоугольного треугольника равны 7 см, 24 см и 25 см. Укажите длины катетов и гипотенузы этого треугольника.
140. Стороны прямоугольного треугольника и высота, проведенная к гипотенузе, равны 12 см, 15 см, 20 см и 25 см.

Укажите длины катетов этого треугольника, гипотенузы и высоты, проведенной к гипотенузе.

141. На рисунке 254 $\angle FEK = 90^\circ$, $\angle EDK = 90^\circ$. Докажите, что $FK > DE$.
142. Из точки C к прямой AB провели наклонные CA и CB и перпендикуляр CD так, что точка D лежит между точками A и B , а угол CBD равен 59° . Сравните отрезки AC и BD .
143. В прямоугольном треугольнике MDS катет DS равен 28 см, $\angle D = 60^\circ$. Найдите гипотенузу DM .
144. В треугольнике ABC известно, что $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 60^\circ$. На катете BC отметили точку D так, что $\angle BDA = 120^\circ$. Найдите катет BC , если $AD = 12$ см.
145. В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle C = 90^\circ$) провели высоту CD . Найдите угол BCD , если $AB = 10$ см, $BC = 5$ см.
146. В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle C = 90^\circ$) провели высоту CM . Найдите гипотенузу AB , если $AC = 12$ см, $AM = 6$ см.
147. На рисунке 255 $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle BAC = 60^\circ$, $\angle AEC = 90^\circ$. Найдите угол CAE , если $AB = 20$ см, $CE = 5$ см.
148. В треугольнике DEF известно, что $\angle D = 90^\circ$, $\angle F = 30^\circ$. Биссектриса угла E пересекает катет DF в точке P . Найдите отрезок FP , если $EP + PD = 12$ см.

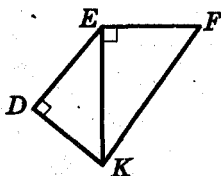


Рис. 254

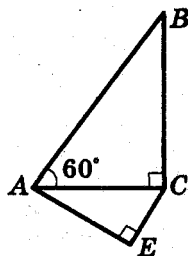


Рис. 255

Геометрическое место точек. Окружность и круг

149. Какие из точек на рисунке 256 принадлежат окружности с центром O ? кругу с центром O ?

150. Найдите радиус окружности, если ее диаметр равен: 1) 18 см; 2) b см.

151. Начертите окружность, радиус которой равен 3 см. Проведите в этой окружности радиус, диаметр и хорду, не являющуюся диаметром.

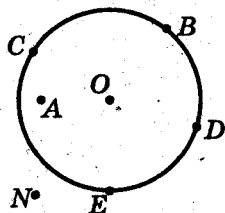


Рис. 256

152. В окружности проведены радиусы OM , ON и OK (рис. 257). Найдите угол MON , если $\angle ONM = \angle ONK$ и $\angle KON = 62^\circ$.

153. На рисунке 258 точка O — центр окружности, $\angle KOM = 76^\circ$. Найдите угол KNM .

154. В окружности с центром O проведены диаметр DF и хорда FE . Найдите угол FDE , если $\angle FEO = 23^\circ$.

155. На рисунке 259 хорда ME пересекает диаметр CD в точке A , $\angle MNA = \angle EFA = 90^\circ$, $\angle MAN = 30^\circ$, сумма длин отрезков MN и EF равна 16 см. Найдите хорду EM .

156. Дан отрезок MN длиной 3 см. Найдите ГМТ, которые равноудалены от точек M и N и находятся на расстоянии 3 см от прямой MN .

157. На одной из сторон тупого угла отметили точки M и N . Найдите ГМТ, которые равноудалены от точек M и N и на-

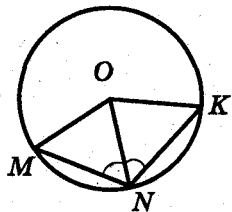


Рис. 257

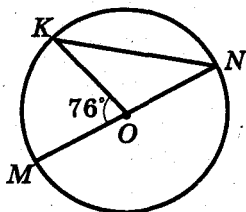


Рис. 258

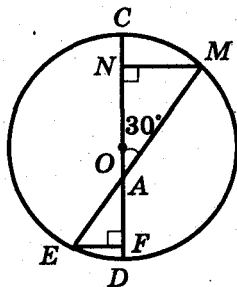


Рис. 259

ходятся на расстоянии 3 см от прямой, содержащей другую сторону угла.

158. Найдите ГМТ, расстояние от которых до центра данной окружности в 3 раза больше ее радиуса.
159. Прямые a и b пересекаются. Найдите ГМТ, которые находятся на расстоянии 4 см от прямой a и на расстоянии 1 см от прямой b .
160. Даны точки P и D . Найдите ГМТ вершин F треугольников PDF таких, что медиана FB равна 3,5 см.
161. Даны две параллельные прямые, расстояние между которыми равно 2,5 см. Найдите ГМТ, сумма расстояний от которых до этих прямых равна 4 см.
162. Даны две параллельные прямые, расстояние между которыми равно 4 см. Найдите ГМТ, сумма расстояний от которых до этих прямых меньше 6 см.

Некоторые свойства окружности. Касательная к окружности

163. Прямая касается окружности с центром O в точке D . На касательной по разные стороны от точки D отметили точки E и F такие, что $\angle OED = \angle OFD$. Найдите угол FOD , если $\angle EOD = 54^\circ$.
164. На рисунке 260 прямая BE касается окружности с центром O в точке B . Найдите $\angle PBE$, если $\angle AOB = 142^\circ$.
165. На рисунке 261 две окружности имеют общий центр O . К меньшей из них провели перпендикулярные касательные AB и CD , пересекающиеся в точке K . Найдите радиус меньшей окружности, если $CD = 12$ см, $CK = 2$ см.

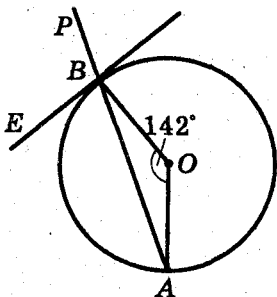


Рис. 260

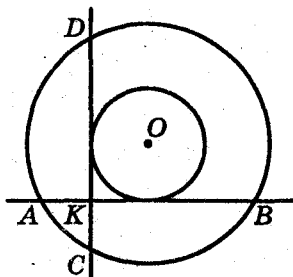


Рис. 261

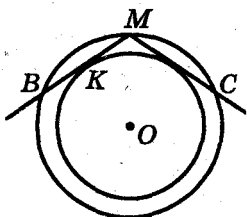


Рис. 262

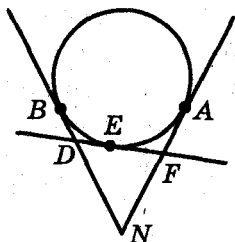


Рис. 263

166. На рисунке 262 два окружности имеют общий центр O . Через точку M большей окружности проведены касательные MB и MC к меньшей окружности, K — точка касания. Найдите отрезок MK , если радиус большей окружности равен 12 см, а $\angle BMC = 120^\circ$.
167. На рисунке 263 прямые NA , NB и DF касаются окружности в точках A , B и E соответственно. Найдите периметр треугольника NDF , если $NB = 8$ см.

Описанная и вписанная окружности треугольника

168. Точка пересечения высот DK и FH треугольника DEF является центром вписанной в него окружности. Докажите, что треугольник DEF равносторонний.
169. Из точки O , принадлежащей биссектрисе BM треугольника ABC , проведены перпендикуляры OK и OF соответственно к сторонам AB и AC . Докажите, что если $\angle AOK = \angle AOF$, то точка O — центр окружности, вписанной в треугольник ABC .
170. Найдите радиус окружности, вписанной в равносторонний треугольник, если радиус окружности, описанной около этого треугольника, равен 16 см.
171. Боковая сторона равнобедренного треугольника делится точкой касания вписанной окружности в отношении 3 : 8, считая от вершины угла при основании треугольника. Найдите основание треугольника, если его периметр равен 56 см.

- 172.** В прямоугольном треугольнике точка касания вписанной окружности делит гипотенузу на отрезки 4 см и 21 см. Найдите радиус окружности, если периметр треугольника равен 56 см.
- 173.** К окружности, вписанной в равнобедренный треугольник ABC , проведена касательная, пересекающая боковые стороны AC и BC в точках E и F соответственно. Найдите основание треугольника ABC , если периметр треугольника CEF равен 16 см и $AC = BC = 12$ см.
- 174.** Окружность, вписанная в треугольник ABC , касается стороны BC в точке M . Найдите сторону AC , если $BM = 5$ см, а периметр треугольника ABC равен 24 см.

Задачи на построение

- 175.** Перерисуйте в тетрадь рисунок 264. Постройте окружность, проходящую через точки K , L и P .

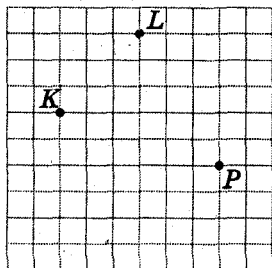


Рис. 264

- 176.** Постройте касательную к данной окружности, образующую с данной прямой угол 45° . Сколько решений имеет задача?
- 177.** Постройте равнобедренный треугольник по биссектрисе треугольника, проведенной из вершины угла при основании, и углу, который эта биссектриса образует с боковой стороной.
- 178.** Постройте равнобедренный треугольник по высоте, проведенной к основанию, и углу при основании.
- 179.** Постройте равнобедренный прямоугольный треугольник по перпендикуляру, проведенному из середины катета к гипотенузе.
- 180.** Постройте равносторонний треугольник по перпендикуляру, проведенному из середины одной из сторон к его высоте.

181. Постройте треугольник ABC по его биссектрисе BK , отрезку CK и углу BKC .
182. Даны окружность радиуса 2 см и принадлежащая ей точка C . Постройте точку, удаленную от точки C на 1,5 см, а от центра окружности — на 3 см. Сколько решений имеет задача?
183. Дан треугольник DEF . Постройте точку, которая равноудалена от точек D и E и находится на расстоянии 3 см от точки F . Сколько решений может иметь задача?
184. Прямая b пересекает стороны угла KPD . Постройте точку, которая принадлежит углу, равноудалена от его сторон и находится на расстоянии 3 см от прямой a . Сколько решений может иметь задача?
185. Постройте прямоугольный треугольник по сумме катетов и острому углу.

КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ**Вариант 1****Контрольная работа № 1****Тема. Простейшие геометрические фигуры
и их свойства**

- 1.° Луч OD проходит между сторонами угла AOB . Найдите величину угла DOB , если $\angle AOB = 87^\circ$, $\angle AOD = 38^\circ$.
- 2.° Один из углов, образовавшихся при пересечении двух прямых, равен 63° . Найдите градусные меры остальных углов.
- 3.° Один из смежных углов на 52° больше другого. Найдите эти углы.
- 4.° На рисунке 265 $AB = CD$,
 $AC = CE$. Докажите, что
 $BC = DE$.
- 
- Рис. 265
- 5.° Углы ABC и CBD — смежные, луч BM — биссектриса угла ABC , угол ABM в 2 раза больше угла CBD . Найдите углы ABC и CBD .
- 6.° Точки A , B и C лежат на одной прямой, $AB = 15$ см, отрезок AC в 4 раза больше отрезка BC . Найдите отрезок AC .
-

Контрольная работа № 2

Тема. Треугольники

- 1.° Докажите равенство треугольников MBF и DBF (рис. 266); если $\angle MBF = \angle DBF$, $\angle MFB = \angle DFB$.
- 2.° Найдите стороны равнобедренного треугольника, если его периметр равен 84 см, а боковая сторона на 18 см больше основания.
- 3.° На рисунке 267 $DP = PE$, $DK = KE$. Докажите равенство углов KDM и KEM .
- 4.° На боковых сторонах AB и BC равнобедренного треугольника ABC отметили соответственно точки E и F так, что $AE = CF$. Докажите, что $\angle ACE = \angle CAF$.
- 5.°° Серединный перпендикуляр стороны AB треугольника ABC пересекает его сторону AC в точке D . Найдите периметр треугольника BDC , если $AC = 8$ см, $BC = 6$ см.

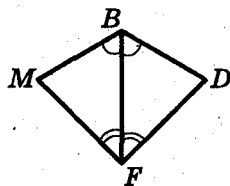


Рис. 266

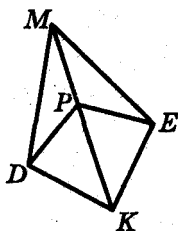


Рис. 267

Контрольная работа № 3

Тема. Параллельные прямые.

Сумма углов треугольника

- 1.° Угол при вершине равнобедренного треугольника равен 56° . Найдите углы при основании этого треугольника.
- 2.° Найдите градусную меру угла CMK (рис. 268).
- 3.° Чему равна градусная мера угла A , изображенного на рисунке 269?
- 4.° В треугольнике ABC известно, что $\angle C = 90^\circ$, $\angle B = 30^\circ$. На катете BC отметили точку D так, что $\angle ADC = 60^\circ$. Найдите катет BC , если $CD = 5$ см.
- 5.** Известно, что $AB \parallel CD$, $AM = CK$, $\angle AMB = \angle CKD$ (рис. 270). Докажите, что $BC \parallel AD$.

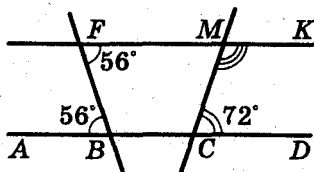


Рис. 268

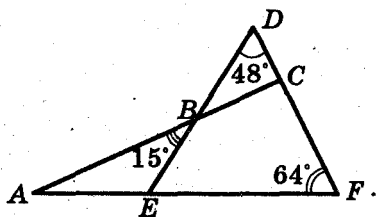


Рис. 269

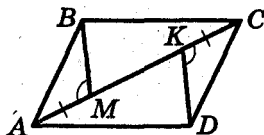


Рис. 270

Контрольная работа № 4

Тема. Окружность и круг. Геометрические построения

- 1.° На рисунке 271 точка O — центр окружности, $\angle AOC = 50^\circ$. Найдите угол BCO .
- 2.° К окружности с центром O провели касательную AB (B — точка касания). Найдите радиус окружности, если $AB = 8$ см и $\angle AOB = 45^\circ$.
- 3.° Через концы диаметра AB окружности с центром O проведены параллельные хорды BC и AD (рис. 272). Докажите, что $AD = BC$.
- 4.° Постройте равнобедренный треугольник по медиане, проведенной к основанию, и углу между этой медианой и боковой стороной треугольника.
- 5.** На данной окружности постройте точку, которая находится на данном расстоянии от данной прямой. Сколько решений может иметь задача?

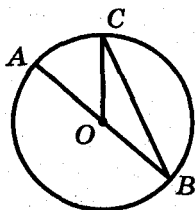


Рис. 271

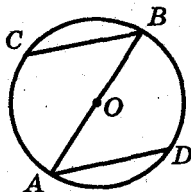


Рис. 272

Контрольная работа № 5

Тема. Обобщение и систематизация знаний учащихся

1.° В треугольнике MPK известно, что $\angle M = 64^\circ$, $\angle P = 46^\circ$.

Укажите верное неравенство:

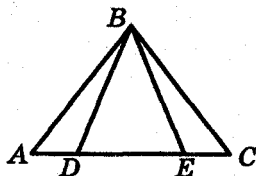
1) $MK > PK$; 2) $PK > PM$; 3) $MK > PM$; 4) $PM > MK$.2.° Докажите, что треугольник ABC равнобедренный (рис. 273), если $AD = EC$ и $\angle BDE = \angle BED$.

Рис. 273

3.° В треугольнике DEF известно, что $\angle EDF = 68^\circ$, $\angle DEF = 44^\circ$. Биссектриса угла EDF пересекает сторону EF в точке K . Найдите угол DKF .4.° Боковая сторона равнобедренного треугольника делится точкой касания вписанной окружности в отношении $3 : 2$, считая от вершины угла при основании треугольника. Найдите стороны треугольника, если его периметр равен 64 см.5.°° Отрезок BM — медиана равнобедренного треугольника ABC ($AB = BC$). На стороне AB отметили точку K так, что $KM \parallel BC$. Докажите, что $BK = KM$.

Вариант 2

Контрольная работа № 1

Тема. Простейшие геометрические фигуры
и их свойства

- 1.° Точка M принадлежит отрезку AB . Найдите длину отрезка MB , если $AB=12,3$ см, $AM=7,4$ см.
- 2.° Один из углов, образовавшихся при пересечении двух прямых, равен 124° . Найдите градусные меры остальных углов.
- 3.° Один из смежных углов на 28° меньше другого. Найдите эти углы.
- 4.° На рисунке 274 $\angle AOB = \angle COD$, $\angle AOC = \angle COE$. Докажите, что $\angle BOC = \angle DOE$.
- 5.° Углы DEF и MEF — смежные, луч EK — биссектриса угла DEF , угол KEF в 4 раза меньше угла MEF . Найдите углы DEF и MEF .
- 6.° Точки M , K и P лежат на одной прямой, $MP=24$ см, отрезок KP в 5 раз меньше отрезка MK . Найдите отрезок MK .

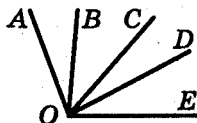


Рис. 274

Контрольная работа № 2

Тема. Треугольники

- 1.° Докажите равенство треугольников ABD и CBD (рис. 275), если $\angle ABD = \angle CDB$ и $AB = CD$.
- 2.° Найдите стороны равнобедренного треугольника, если его периметр равен 76 см, а основание на 14 см меньше боковой стороны.
- 3.° На рисунке 276 $\angle ABE = \angle CBE$, $\angle AEB = \angle CEB$. Докажите равенство отрезков AD и CD .
- 4.° На боковых сторонах AB и BC равнобедренного треугольника ABC отметили соответственно точки M и K так, что $\angle BAK = \angle BCM$. Докажите, что $BM = CK$.
- 5.° Серединный перпендикуляр стороны AC треугольника ABC пересекает его сторону AB в точке K . Найдите сторону AB треугольника ABC , если $BC = 7$ см, а периметр треугольника BKC равен 23 см.

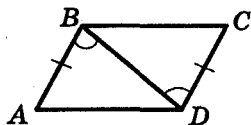


Рис. 275

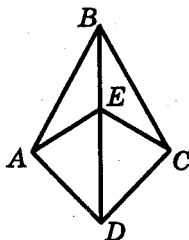


Рис. 276

Контрольная работа № 3
Тема. Параллельные прямые.
Сумма углов треугольника

- 1.° Угол при основании равнобедренного треугольника равен 57° . Найдите угол при вершине этого треугольника.
- 2.° Найдите градусную меру угла DCE (рис. 277).
- 3.° Чему равна градусная мера угла F , изображенного на рисунке 278?
- 4.° В треугольнике ABC известно, что $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$, отрезок BM — биссектриса треугольника. Найдите катет AC , если $BM = 6$ см.
- 5.° Известно, что $BC \parallel AD$, $BF = DE$, $\angle AED = \angle CFB$ (рис. 279). Докажите, что $AB \parallel CD$.

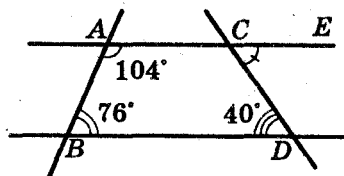


Рис. 277

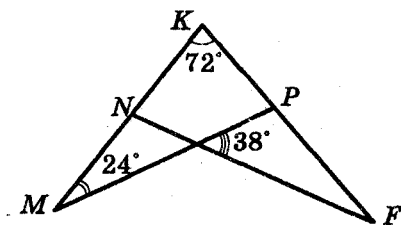


Рис. 278

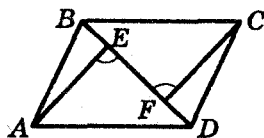


Рис. 279

Контрольная работа № 4

Тема. Окружность и круг. Геометрические построения

- 1.° На рисунке 280 точка O — центр окружности, $\angle ABO = 40^\circ$. Найдите угол BOC .
- 2.° К окружности с центром O провели касательную CD (D — точка касания). Найдите радиус окружности, если $CO = 16$ см и $\angle COD = 60^\circ$.
- 3.° В окружности с центром O провели диаметры MN и PK (рис. 281). Докажите, что $MK \parallel PN$.
- 4.° Постройте равнобедренный треугольник по боковой стороне и биссектрисе, проведенной к основанию.
- 5.° На данной окружности постройте точку, равноудаленную от двух пересекающихся прямых. Сколько решений может иметь задача?

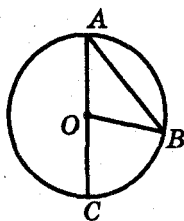


Рис. 280

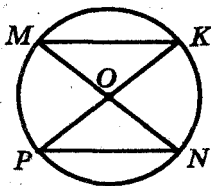


Рис. 281

Контрольная работа № 5

Тема. Обобщение и систематизация знаний учащихся

- 1.° В треугольнике DEF известно, что $\angle D = 52^\circ$, $\angle E = 112^\circ$.
Укажите верное неравенство:
1) $DF < DE$; 2) $DF < EF$; 3) $EF < DE$; 4) $DE < EF$.
- 2.° Докажите, что треугольник KPF равнобедренный (рис. 282), если $KM = KE$ и $\angle MKF = \angle EKP$.
- 3.° В треугольнике ABC известно, что $\angle BAC = 56^\circ$. Биссектриса угла BAC пересекает сторону BC в точке D , $\angle ADC = 104^\circ$. Найдите угол ABC .
- 4.° Боковая сторона равнобедренного треугольника делится точкой касания вписанной окружности в отношении $5 : 8$, считая от вершины угла при основании треугольника. Найдите стороны треугольника, если его периметр равен 72 см.
- 5.° Отрезок AK — биссектриса треугольника ABC . На стороне AB отметили точку M так, что $AM = MK$. Докажите, что $MK \parallel AC$.

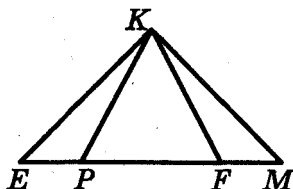


Рис. 282

Содержание

От авторов	3
Тематическое распределение упражнений	5
Упражнения	7
Вариант 1	7
Вариант 2	30
Вариант 3	53
Вариант 4	76
Контрольные работы	99
Вариант 1	99
Вариант 2	104