Дано:

$v_{01}= v_{02}= v_{03}$

$\alpha_1=60^0$

$\alpha_2=45^0$

$\alpha_3=30^0$

Найти:

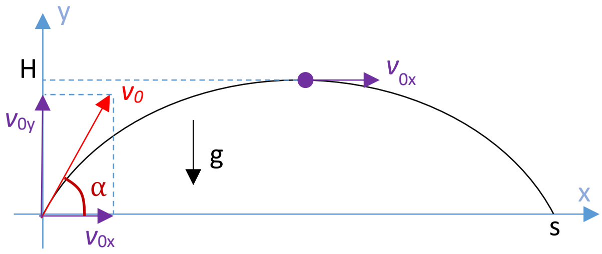
$H_1:H_2:H_3$

$S_1:S_2:S_3$

Решение.

Находим проекции начальной скорости на координатные оси

$$v_{0x} = v_0 \cos\alpha\,; \quad v_{0y} = v_0 \sin\alpha$$



Движение по оси y является равноускоренным (a=-g) с начальной скоростью v_{0y}.

В высшей точке скорость по оси y равно нулю. Пройденный по вертикали путь равен H. Тогда формула пути в нашем случае примет вид

$$H = \frac{0^2 - {v_{0y}}^2}{2(-g)} = \frac{{v_0}^2 sin^2\alpha}{2g}$$

Находим искомое отношение наибольших высот

$$H_1 : H_2 : H_3 = \frac{{v_0}^2 sin^2\alpha_1}{2g} : \frac{{v_0}^2 sin^2\alpha_2}{2g} : \frac{{v_0}^2 sin^2\alpha_3}{2g} = sin^2\alpha_1 : sin^2\alpha_2 : sin^2\alpha_3$$

Подставляем исходные данные

$$H_1 : H_2 : H_3 = sin^2 60^0 : sin^2 45^0 : sin^2 30^0 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 : \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 : \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 3 : 2 : 1$$

Движение по оси x является равномерным с постоянной скоростью v_{0x} . Тогда

$$S_1 : S_2 : S_3 = v_{0x} t_1 : v_{0x} t_2 : v_{0x} t_3 = t_1 : t_2 : t_3$$

Опять вернемся к движению по вертикали. Воспользуемся формулой скорости при равноускоренном движении

$$v = v_0 + at$$

В нашем случае она примет вид

$$0 = v_{0y} - g t_{\text{под}}$$

$$t_{\text{под}} = \frac{v_{0y}}{g} = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}$$

Поскольку общее время полета равно удвоенному времени подъема, получаем

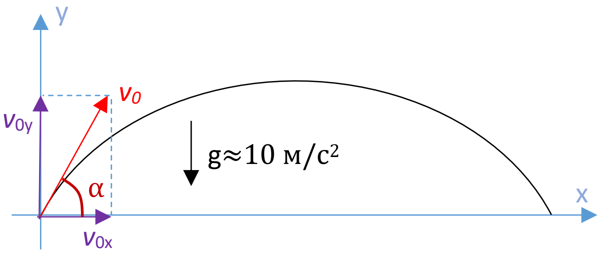
$$S_1 : S_2 : S_3 = 2t_{\text{под}1} : 2t_{\text{под}2} : 2t_{\text{под}3} = \frac{v_0 \sin\alpha_1}{g} : \frac{v_0 \sin\alpha_2}{g} : \frac{v_0 \sin\alpha_3}{g} = \sin\alpha_1 : \sin\alpha_2 : \sin\alpha_3$$

Вычисляем

$$S_1 : S_2 : S_3 = \sin 60^0 : \sin 45^0 : \sin 30^0 = \frac{\sqrt{3}}{2} : \frac{\sqrt{2}}{2} : \frac{1}{2} = \sqrt{3} : \sqrt{2} : 1$$

Ответ: $H_1 : H_2 : H_3 = 3 : 2 : 1; \quad S_1 : S_2 : S_3 = \sqrt{3} : \sqrt{2} : 1$

Дано:	Решение.
α=30⁰	Находим проекции начальной скорости на координатные оси
v_0=10 м/с	$v_{0x} = v_0 \cos\alpha\,; \quad v_{0y} = v_0 \sin\alpha$
h=1 м	
Найти: t	



Движение по оси y является равноускоренным (a=-g) с начальной скоростью v_{0y}.

Пройденный по вертикали путь равен h. Тогда формула пути в нашем случае примет вид

$$h = v_{0y}t - \frac{gt^2}{2}$$

$$gt^2 - 2v_{0y}t + 2h = 0$$

$$gt^2 - 2v_0 t\sin\alpha + 2h = 0$$

Подставляем данные и решаем квадратное уравнение

$$10t^2 - 2\cdot 10\cdot 0{,}5t + 2\cdot 1 = 0$$

$$5t^2 - 5t + 1 = 0$$

$$D = 5^2 - 4\cdot 5\cdot 1 = 5$$

$$t = \frac{5 \pm \sqrt{5}}{2\cdot 5}$$

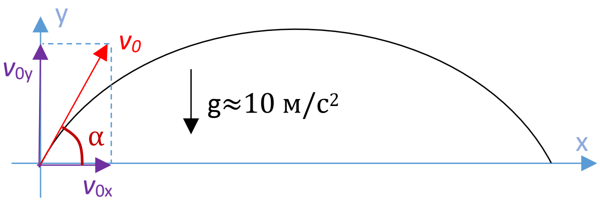
$$t_1 = \frac{5-\sqrt{5}}{10} \approx 0.28\ (\text{c})$$

$$t_2 = \frac{5+\sqrt{5}}{10} \approx 0.72\ (\text{c})$$

На заданной высоте камень побывает дважды: при подъеме и при спуске.

Ответ: 0,28 с; 0,72 с

Дано:	Решение.
α=30⁰	Находим проекции начальной скорости на координатные оси
$t_1 = 3$ с	$v_{0x} = v_0 \cos\alpha\,; \quad v_{0y} = v_0 \sin\alpha$
$t_2 = 5$ с	
Найти: v_0, h	



Движение по оси y является равноускоренным (a=-g) с начальной скоростью v_{0y}.

Пройденный по вертикали путь равен h. Тогда формула пути в нашем случае примет вид

$$h = v_{0y}t - \frac{gt^2}{2}$$

$$gt^2 - 2v_{0y}t + 2h = 0$$

$$t^2 - \frac{2v_0\sin\alpha}{g}\cdot t + \frac{2h}{g} = 0$$

Данные значения времени являются корнями полученного квадратного уравнения. Тогда по теореме Виета получаем систему уравнений

$$\begin{cases} t_1 + t_2 = \dfrac{2v_0\sin\alpha}{g} \\ t_1\cdot t_2 = \dfrac{2h}{g} \end{cases}$$

Подставляем исходные данные и находим неизвестные

$$\begin{cases} 3+5=\dfrac{2v_0\sin 30^0}{10} \\ 3\cdot 5=\dfrac{2h}{10} \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_0=80 \\ h=75 \end{cases}$$

Ответ: 80 м/с;   75 м