Экстремум

z = x\*y-(x^2)\*y-x\*(y^2)  
1. Найдем частные производные.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\frac%7b%20\partial%20z%7d%7b%20\partial%20x%7d%20=%20-2\cdot%20x\cdot%20y-y%5e%7b2%7d%2By  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\frac%7b%20\partial%20z%7d%7b%20\partial%20y%7d%20=%20-x%5e%7b2%7d-2\cdot%20x\cdot%20y%2Bx  
2. Решим систему уравнений.  
-2 • x • y-y2+y = 0  
-x2-2 • x • y+x = 0  
Получим:  
а) Из первого уравнения выражаем *x* и подставляем во второе уравнение:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=x%20=%20-\frac%7by%7d%7b2%7d%2B\frac%7b1%7d%7b2%7d  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=-2\cdot%20y(-\frac%7by%7d%7b2%7d%2B\frac%7b1%7d%7b2%7d)-\frac%7by%7d%7b2%7d-(-\frac%7by%7d%7b2%7d%2B\frac%7b1%7d%7b2%7d)%5e%7b2%7d%2B\frac%7b1%7d%7b2%7d%20=%200  
или  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=3\cdot%20\frac%7by%5e%7b2%7d%7d%7b4%7d-y%2B\frac%7b1%7d%7b4%7d%20=%200  
Откуда y1 = 1/3; y2 = 1  
Данные значения *y* подставляем в выражение для *x*. Получаем: x1 = 1/3; x2 = 0  
б) Из первого уравнения выражаем *y* и подставляем во второе уравнение:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=y%20=%20-\frac%7bx%7d%7b2%7d%2B\frac%7b1%7d%7b2%7d  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=-2\cdot%20x(-\frac%7bx%7d%7b2%7d%2B\frac%7b1%7d%7b2%7d)-\frac%7bx%7d%7b2%7d-(-\frac%7bx%7d%7b2%7d%2B\frac%7b1%7d%7b2%7d)%5e%7b2%7d%2B\frac%7b1%7d%7b2%7d%20=%200  
или  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=3\cdot%20\frac%7bx%5e%7b2%7d%7d%7b4%7d-x%2B\frac%7b1%7d%7b4%7d%20=%200  
Откуда x1 = 1/3; x2 = 1  
Данные значения *x* подставляем в выражение для *y*. Получаем: y1 = 1/3; y2 = 0  
Количество критических точек равно 3.  
M1(1/3;1/3), M2(0;1), M3(1;0)  
3. Найдем частные производные второго порядка.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\frac%7b%20\partial%5e%7b2%7dz%7d%7b%20\partial%20x%20\partial%20y%7d%20=%20-2\cdot%20x-2\cdot%20y%2B1  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\frac%7b%20\partial%5e%7b2%7dz%7d%7b%20\partial%20x%5e%7b2%7d%7d%20=%20-2\cdot%20y  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\frac%7b%20\partial%5e%7b2%7dz%7d%7b%20\partial%20y%5e%7b2%7d%7d%20=%20-2\cdot%20x  
4. Вычислим значение этих частных производных второго порядка в критических точках M(x0;y0).  
Вычисляем значения для точки M1(1/3;1/3)  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=A%20=%20%7b\frac%7b%20\partial%5e%7b2%7dz%7d%7b%20\partial%20x%5e%7b2%7d%7d%7d_%7b(1/3;1/3)%7d%20=%20-\frac%7b2%7d%7b3%7d  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=C%20=%20%7b\frac%7b%20\partial%5e%7b2%7dz%7d%7b%20\partial%20y%5e%7b2%7d%7d%7d_%7b(1/3;1/3)%7d%20=%20-\frac%7b2%7d%7b3%7d  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=B%20=%20%7b\frac%7b%20\partial%5e%7b2%7dz%7d%7b%20\partial%20x%20\partial%20y%7d%7d_%7b(1/3;1/3)%7d%20=%20-\frac%7b1%7d%7b3%7d  
AC - B2 = 1/3 > 0 и A < 0 , то в точке M1(1/3;1/3) имеется максимум z(1/3;1/3) = 1/27  
Вычисляем значения для точки M2(0;1)  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=A%20=%20%7b\frac%7b%20\partial%5e%7b2%7dz%7d%7b%20\partial%20x%5e%7b2%7d%7d%7d_%7b(0;1)%7d%20=%20-2  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=C%20=%20%7b\frac%7b%20\partial%5e%7b2%7dz%7d%7b%20\partial%20y%5e%7b2%7d%7d%7d_%7b(0;1)%7d%20=%200  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=B%20=%20%7b\frac%7b%20\partial%5e%7b2%7dz%7d%7b%20\partial%20x%20\partial%20y%7d%7d_%7b(0;1)%7d%20=%20-1  
AC - B2 = -1 < 0, то глобального экстремума нет.  
Вычисляем значения для точки M3(1;0)  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=A%20=%20%7b\frac%7b%20\partial%5e%7b2%7dz%7d%7b%20\partial%20x%5e%7b2%7d%7d%7d_%7b(1;0)%7d%20=%200  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=C%20=%20%7b\frac%7b%20\partial%5e%7b2%7dz%7d%7b%20\partial%20y%5e%7b2%7d%7d%7d_%7b(1;0)%7d%20=%20-2  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=B%20=%20%7b\frac%7b%20\partial%5e%7b2%7dz%7d%7b%20\partial%20x%20\partial%20y%7d%7d_%7b(1;0)%7d%20=%20-1  
AC - B2 = -1 < 0, то глобального экстремума нет.  
Вывод: В точке M1(1/3;1/3) имеется максимум z(1/3;1/3) = 1/27;