https://znanija.com/task/22309395

b) Дослідити визначеність квадратичної форми:
$$f = 9x_1^2 + 6x_2^2 + 6x_3^2 + 12x_1x_2 - 10x_1x_3 - 2x_2x_3$$

РЕШЕНИЕ.

Сначала составим матрицу квадратичной формы. Матрица получается (3х3). Коэффициенты при переменных разместим в матрице согласно индексам при переменных в таком порядке (

$$a_{ij} = a_{ji} = \frac{1}{2} A_{ij} \quad npu \, i \neq j$$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & \frac{1}{2} A_{12} & \frac{1}{2} A_{13} \\ \frac{1}{2} A_{12} & a_{22} & \frac{1}{2} A_{23} \\ \frac{1}{2} A_{13} & \frac{1}{2} A_{23} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

В общем, матрица получилась такая.

$$\begin{pmatrix}
9 & 6 & -5 \\
6 & 6 & -1 \\
-5 & -1 & 6
\end{pmatrix}$$

Теперь чтобы определиться с определённостью формы, согласно критерию Сильвестра, нужно определить знаки угловых миноров. (Определители такие)

$$\Delta_{1} = a_{11}$$

$$\Delta_{2} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{3} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

Ну считаем.

$$\Delta_{1} = a_{11} = 9 > 0$$

$$\Delta_{2} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 9 & 6 \\ 6 & 6 \end{vmatrix} = 9 \cdot 6 - 6 \cdot 6 = 54 - 36 = 18 > 0$$

$$\Delta_{3} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 9 & 6 & -5 \\ 6 & 6 & -1 \\ -5 & -1 & 6 \end{vmatrix} = 9 \cdot 6 \cdot 6 + 6 \cdot (-1) \cdot (-5) + 6 \cdot (-1) \cdot (-5) - 6 \cdot 6 \cdot 6 - (-1) \cdot (-1) \cdot 9 = 9 > 0$$

Все угловые миноры больше нуля. Следовательно квадратичная форма положительно определённая.

индексы

$$\begin{pmatrix} (11) & 0,5*(21) & 0,5*(31) \\ 0,5*21 & (22) & 0,5*(23) \\ 0,5*(31) & 0,5*(23) & 33 \end{pmatrix}$$

Короче составлял матрицу так

$$a_{11}$$
 коэффициент при x_1^2 a_{22} коэффициент при x_2^2

$$a_{33}$$
 коэффициент при x_3^2

$$a_{21} = a_{12} \frac{1}{2} \cdot \kappa$$
оэффициент при $x_1 \cdot x_2$

$$a_{\scriptscriptstyle 31} = a_{\scriptscriptstyle 13} \;\; \frac{1}{2} \cdot \kappa$$
оэффициент при $x_{\scriptscriptstyle 1} \cdot x_{\scriptscriptstyle 3}$

$$a_{32}=a_{23}$$
 $\frac{1}{2}$ ·коэффициент при $x_2\cdot x_3$