

5.97. Найдите сумму квадратов всех корней уравнения
 $x^2 - 3|x| + 1 = 0.$

По определению

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{при } x \geq 0 \\ -x, & \text{при } x < 0 \end{cases}$$

Поэтому рассматриваем два случая.

1) Пусть $x < 0$. Тогда исходное выражение примет вид:

$$x^2 - 3(-x) + 1 = 0$$

$$x^2 + 3x + 1 = 0$$

$$D = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 5$$

$$x_1 = \frac{-3 - \sqrt{5}}{2}$$

$$x_2 = \frac{-3 + \sqrt{5}}{2}$$

2) Пусть $x \geq 0$. Тогда исходное выражение примет вид:

$$x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$D = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 5$$

$$x_3 = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$$

$$x_4 = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$$

Находим сумму квадратов корней:

$$\begin{aligned} x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 &= \left(\frac{-3 - \sqrt{5}}{2}\right)^2 + \left(\frac{-3 + \sqrt{5}}{2}\right)^2 + \left(\frac{3 - \sqrt{5}}{2}\right)^2 + \left(\frac{3 + \sqrt{5}}{2}\right)^2 = \\ &= \frac{9 - 6\sqrt{5} + 5 + 9 + 6\sqrt{5} + 5 + 9 - 6\sqrt{5} + 5 + 9 + 6\sqrt{5} + 5}{4} = 14 \end{aligned}$$

Ответ: 14