

2. Вычислить: а) Зная, что  $\cos \alpha = \frac{1}{2}$  и  $3\pi < \alpha < 4\pi$ , вычислить  $\sin \frac{\alpha}{2}$

Воспользуемся основным тригонометрическим тождеством:

$$\sin^2 \frac{\alpha}{2} + \cos^2 \frac{\alpha}{2} = 1$$

Отсюда

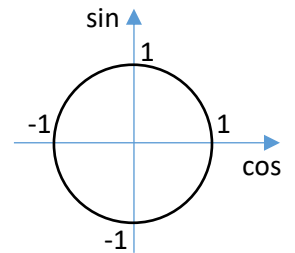
$$\sin \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \frac{\alpha}{2}}$$

Если

$$3\pi < \alpha < 4\pi$$

то

$$\frac{3\pi}{2} < \frac{\alpha}{2} < \frac{4\pi}{2}; \quad \frac{3\pi}{2} < \frac{\alpha}{2} < 2\pi$$



По тригонометрическому кругу видно, что в этом случае синус отрицателен. Следовательно

$$\sin \frac{\alpha}{2} = -\sqrt{1 - \cos^2 \frac{\alpha}{2}}$$

Вычисляем

$$\sin \frac{\alpha}{2} = -\sqrt{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Ответ:  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

б)  $1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{12}$

Воспользуемся формулой

$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$$

Тогда

$$1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{12} = 1 - 2 \cdot \frac{1 - \cos \left(2 \cdot \frac{\pi}{12}\right)}{2} = 1 - 1 + \cos \frac{\pi}{6} = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Ответ:  $\frac{\sqrt{3}}{2}$