**Задание**: Сократить дробь: $\frac{6x^{2}-x-1}{9x^{2}-1}$

**Решение**

1. Запишем отдельно числитель:

$$6x^{2}-x-1=0$$

Свободный член: $-1$

Будем подставлять их по очереди в исходное равенство до получения равенства:

Делитель свободного члена: $-1;1$

* При $x=-1$ имеем$ 6∙\left(-1\right)^{2}—\left(-1\right)-1=6+1-1=6$ – не подходит
* При $x=1$ имеем$ 6∙1^{2}-1-1=6-2=4$ – не подходит

Так как ни один из делителей не подошел, поэтому решим квадратное уравнение через дискриминант:

$$a=6;b=-1;c=-1$$

$$D=b^{2}-4ac$$

$$D=\left(-1\right)^{2}-4∙6∙\left(-1\right)=1+24=25=5^{2}$$

$$x\_{1,2}=\frac{-b\pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$x\_{1}=\frac{-\left(-1\right)+\sqrt{25}}{2∙6}=\frac{1+5}{12}=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}=0.5$$

$$x\_{2}=\frac{-\left(-1\right)-\sqrt{25}}{2∙6}=\frac{1-5}{12}=-\frac{4}{12}=-\frac{1}{3}$$

Решение квадратного уравнения в общем виде:

$$ax^{2}+bx+c=a(x-x\_{1})(x-x\_{2})$$

Подставим свои значения:

$$6x^{2}-x-1=6\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{3}\right)$$

* При $x=\frac{1}{2}$ имеем$ 6∙\left(\frac{1}{2}\right)^{2}-\frac{1}{2}-1=1.5-1.5=0$ – подходит

Разделим квадратное уравнение $6x^{2}-x-1$ на $x-\frac{1}{2}$ столбиком:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| \_ | $$6x^{2}-x-1$$ | $$x-\frac{1}{2}$$ |
|  | $$6x^{2}-3x$$ | $$6x+2$$ |
| \_ | $$2x-1$$ |  |
|  | $$2x-1$$ |  |
|  | $$0$$ |  |

Получаем: $6x^{2}-x-1=\left(x-\frac{1}{2}\right)∙\left(6x+2\right)=2\left(x-\frac{1}{2}\right)∙\left(3x+1\right)$

* При $x=-\frac{1}{3}$ имеем$ 6∙\left(-\frac{1}{3}\right)^{2}-\left(-\frac{1}{3}\right)-1=\frac{6}{9}+\frac{1-3}{3}=\frac{2}{3}-\frac{2}{3}=0$ – подходит

Разделим квадратное уравнение $6x^{2}-x-1$ на $x+\frac{1}{3}$ столбиком:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| \_ | $$6x^{2}-x-1$$ | $$x+\frac{1}{3}$$ |
|  | $$6x^{2}+2x$$ | $$6x-3$$ |
| \_ | $$-3x-1$$ |  |
|  | $$-3x-1$$ |  |
|  | $$0$$ |  |

Получаем: $6x^{2}-x-1=\left(x+\frac{1}{3}\right)∙\left(6x-3\right)=3\left(x+\frac{1}{3}\right)∙\left(2x-1\right)$

Для сокращения нам больше подойдет первый вариант:

$$6x^{2}-x-1=2\left(x-\frac{1}{2}\right)∙\left(3x+1\right)$$

1. Запишем отдельно знаменатель и преобразуем по правилам сокращенного умножения:

$$9x^{2}-1=0$$

$$\left(3x-1\right)\left(3x+1\right)=0$$

1. Запишем преобразованные числитель и знаменатель вместе:

$$\frac{2\left(x-\frac{1}{2}\right)∙\left(3x+1\right)}{\left(3x-1\right)\left(3x+1\right)}=\frac{2\left(x-\frac{1}{2}\right)}{3x-1}=\frac{2x-1}{3x-1}$$

**Ответ**: $\frac{2x-1}{3x-1}$