

$$\frac{9}{x^2-9} \geq \frac{8}{9-x^2}$$

$$\frac{9}{x^2-9} - \frac{8}{9-x^2} \geq 0$$

ОДЗ.

$$\begin{cases} x^2-9 \neq 0 & (1) \\ 9-x^2 \neq 0 & (2) \end{cases}$$

Решаем вспомогательные уравнения.

$$(1) \frac{9}{x^2-9} - \frac{8}{9-x^2} = 0 ;$$

$$(2) x^2-9=0 ;$$

$$(3) 9-x^2=0$$

Уравнение 1 .

$$\frac{9}{x^2-9} - \frac{8}{9-x^2} = 0$$

ОДЗ.

$$\begin{cases} x^2-9 \neq 0 & (1) \\ 9-x^2 \neq 0 & (2) \end{cases}$$

$$\frac{9}{x^2-9} + \frac{8}{x^2-9} = 0$$

Произведем замену переменных.

$$\text{Пусть } t = \frac{9}{x^2-9}$$

В результате .

$$t + \frac{8}{\frac{9}{t}} = 0$$

$$t + 8 : \frac{9}{t} = 0$$

$$t + 8 \frac{t}{9} = 0$$

$$t + \frac{8t}{9} = 0$$

$$\frac{t9}{9} + \frac{8t}{9} = 0$$

$$\frac{t9 + 8t}{9} = 0$$

$$\frac{t(9+8)}{9} = 0$$

$$\frac{t17}{9} = 0$$

$$t = 0$$

уравнение сводится к уравнению

$$\frac{9}{x^2 - 9} = 0 \text{ нет решений.}$$

Уравнение 2 .

$$x^2 - 9 = 0$$

$$x^2 = 9$$

$$x = -3; x = 3$$

Уравнение 3 .

$$9 - x^2 = 0$$

$$-x^2 = -9$$

$$x^2 = 9$$

$$x = -3; x = 3$$

Расчет знаков.

Случай 1 : $x < -3$.

Пусть $x = -4$

$$\frac{9}{(-4)^2 - 9} - \frac{8}{9 - (-4)^2} = \frac{17}{7} > 0 \text{ удовлетворяет неравенству.}$$

Случай 2 : $-3 < x < 3$.

Пусть $x = 0$

$$\frac{9}{0^2 - 9} - \frac{8}{9 - 0^2} = -\frac{17}{9} < 0 \text{ не удовлетворяет неравенству.}$$

Случай 3 : $3 < x$.

Пусть $x = 4$

$$\frac{9}{4^2 - 9} - \frac{8}{9 - 4^2} = \frac{17}{7} > 0 \text{ удовлетворяет неравенству.}$$

Числа $-3; 3$ не удовлетворяют неравенству.



Окончательный ответ: $x < -3; x > 3$.