Тест 4   Зразок виконання

Задача 1. Яка ймовірність того, що при 5 підкиданнях монети від 2 до 4 разів випаде герб?
Розв'язок. Якщо $P_5(k)$ – ймовірність того, що випало рівно k гербів, то відповідна ймовірність дорівнює:

$$P_5(2)+P_5(3)+P_5(4)=\sum_{k=2}^{4} C_5^k (0{,}5)^k (0{,}5)^{5-k} = 25 * (0{,}5)^5 = \frac{25}{32}.$$

Задача 2. Ймовірність появи події А в кожному із 100 незалежних випробовувань постійна і дорівнює p=0, 8. Знайти ймовірність того, що подія А з'явиться: а) не менше 75 раз і не більше 90 раз;б) не менше 75 разів.

Розв'язування. а) Скористаємося інтегральною теоремою Муавра – Лапласа:

$$P_n(k_1;k_2) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1), \text{ де } \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{\frac{-t^2}{2}} dt \text{ - функція Лапласа,}$$

$$x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}} = -1{,}25, \quad x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}} = 2{,}5.$$

Враховуючи, що функція Лапласа непарна, тобто $\Phi(-x) = -\Phi(x)$ одержимо $P_{100}(75;90) = \Phi(2{,}5) - \Phi(-1{,}25) = 0{,}8882$

Відповідь.б) $P_{100}(75;100) = 0{,}8944$)).

Задача 3. Ймовірність випуску бракованого виробу дорівнює 0,02. Чому дорівнює ймовірність того, що у партії зі 100 виробів бракованих буде не більше 3?
Розв'язок. Скористаємось теоремою Пуассона. У даному випадку n=100, p=0,02, $\lambda=np=100\cdot 0{,}02=2$. Тоді

$$P\{\xi \le 3\} = P_n(0) + P_n(1) + P_n(2) + P_n(3) \approx e^{-2} + 2e^{-2} + \frac{4e^{-2}}{2!} + \frac{8e^{-2}}{3!} = 0{,}8571.$$