

$$z = 3x^2 - 2xy + y^2 - 2x - 2y + 3$$

1. Найдем частные производные.

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 6x - 2y - 2$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = -2x + 2y - 2$$

2. Решим систему уравнений.

$$6x - 2y - 2 = 0$$

$$-2x + 2y - 2 = 0$$

Получим:

а) Из первого уравнения выражаем x и подставляем во второе уравнение:

$$x = \frac{1}{3}y + \frac{1}{3}$$

$$\frac{4}{3}y - \frac{8}{3} = 0$$

$$\text{Откуда } y = 2$$

Данные значения y подставляем в выражение для x . Получаем: $x = 1$

Количество критических точек равно 1.

$$M_1(1;2)$$

3. Найдем частные производные второго порядка.

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -2$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 6$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 2$$

4. Вычислим значение этих частных производных второго порядка в критических точках $M(x_0; y_0)$.

Вычисляем значения для точки $M_1(1;2)$

$$A = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}(1;2) = 6$$

$$C = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}(1;2) = 2$$

$$B = \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}(1;2) = -2$$

$$AC - B^2 = 8 > 0 \text{ и } A > 0, \text{ то в точке } M_1(1;2) \text{ имеется минимум } z(1;2) = 0$$

Вывод: В точке $M_1(1;2)$ имеется минимум $z(1;2) = 0$;