1) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4^{n-1}} = 4\cdot \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4^{n}}$ $=$

бесконечно убыв. геом. прогрессия

$b_1 = \frac{1}{4};\ q = \frac{1}{4}$

$= 4\cdot \frac{b_1}{1-q} = 4\cdot \frac{\frac{1}{4}}{1-\frac{1}{4}} = \frac{4}{4-1} = \frac{4}{3}$

Ответ: $\frac{4}{3}$

2) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3^n+7^n}{21^n} = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3^n+7^n}{3^n\cdot 7^n} = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{7^n} + \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} =$

$= \frac{\frac{1}{7}}{1-\frac{1}{7}} + \frac{\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}} = \frac{1}{7-1} + \frac{1}{3-1} = \frac{1}{6} + \frac{1}{2} = \frac{2}{3}$

Ответ: $\frac{2}{3}$.

3) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+5)(n+6)} = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+5} - \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+6} =$

$= \frac{1}{6} + \cancel{\frac{1}{7}} + \cancel{\frac{1}{8}} + \ldots + \cancel{\frac{1}{n+5}} - \cancel{\frac{1}{7}} - \cancel{\frac{1}{8}} - \cancel{\frac{1}{9}} - \ldots - \cancel{\frac{1}{n+6}} =$

$= \frac{1}{6}$.

Ответ: $\frac{1}{6}$.