

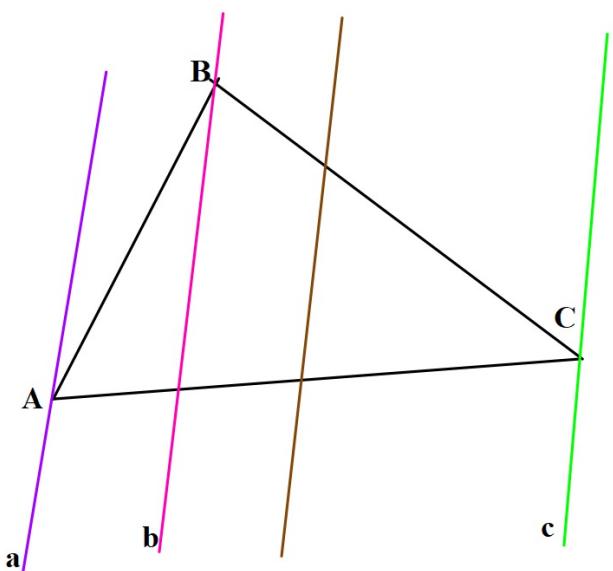
1. Если 2 высоты пересекаются , то треугольник остроугольный.
Значит рассмотрим произвольный остроугольный треугольник ABC . AK и BD - высоты. H - точка пересечения этих высот.

Предположим, что $AH=HK$, $BH=HD$.

Углы $BHK=AHD$ - вертикальные. \Rightarrow

$\Delta BHK=\Delta DHA$ (по двум сторонам и углу между ними). $\Rightarrow AD=BK$
 $\Rightarrow \Delta ABD=\Delta BAK$ (по признаку катет-гипотенуза). $\Rightarrow BD=AK \Rightarrow BH=HK \Rightarrow$

ΔBHK - равнобедренный \Rightarrow углы $HBK=BKH$, но так быть не может , потому что в треугольнике не может быть двух прямых углов. \Rightarrow Наше предположение о том что $AH=HK$, $BH=HD$ не верно. \Rightarrow 2 высоты треугольника не могут делить друг друга пополам в точке пересечения



В треугольнике 3 вершины А, В и С.
Проведем через одну из них (через А) прямую а.

Как известно ,через любую точку плоскости можно провести одну и только одну прямую параллельную данной. То есть через вершину В можно провести только одну прямую b II а.

Аналогично через вершину С можно провести только одну прямую параллельную а или b.
Тогда 4-ая прямая будет проходить не через вершину треугольника.