

1. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны длины рёбер: $AB = 6\sqrt{2}$, $AD = 10$, $AA_1 = 16$. На рёбрах AA_1 и BB_1 отмечены точки E и F соответственно, причём $A_1E:EA = 5:3$ и $B_1F:FB = 5:11$. Точка T — середина ребра B_1C_1 .
- Докажите, что плоскость EFT проходит через точку D_1 .
 - Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью EFT .
2. В правильной треугольной призме $ABC A_1 B_1 C_1$ сторона AB основания равна 3, а боковое ребро AA_1 равно $\sqrt{2}$. На рёбрах AB , A_1B_1 и B_1C_1 отмечены точки M , N и K соответственно, причём $AM = B_1N = C_1K = 1$.
- Пусть L — точка пересечения плоскости MNK с ребром AC . Докажите, что $MNKL$ — квадрат.
 - Найдите площадь сечения призмы плоскостью MNK .
3. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона AB основания равна 12, а высота пирамиды равна 1. На рёбрах AB , AC и AS отмечены точки M , N и K соответственно, причём $AM = AN = 3$ и $AK = \frac{7}{4}$.
- Докажите, что плоскости MNK и SBC параллельны.
 - Найдите расстояние от точки M до плоскости SBC .
4. В основании прямой треугольной призмы $ABC A_1 B_1 C_1$ лежит равнобедренный ($AB = BC$) треугольник ABC . Точка K — середина ребра A_1B_1 , а точка M делит ребро AC в отношении $AM:MC = 1:3$.
- Докажите, что $KM \perp AC$.
 - Найдите угол между прямой KM и плоскостью ABB_1 , если $AB = 6$, $AC = 8$ и $AA_1 = 3$.
5. На ребре AA_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ взята точка E так, что $A_1E:EA = 1:2$, на ребре BB_1 — точка F так, что $B_1F:FB = 1:5$, а точка T — середина ребра B_1C_1 . Известно, что $AB = 2$, $AD = 6$, $AA_1 = 6$.
- Докажите, что плоскость EFT проходит через вершину D_1 .
 - Найдите угол между плоскостью EFT и плоскостью AA_1B_1 .