

$$\frac{1}{x-3} - \frac{x+8}{2x^2-18} + \frac{1}{x-3} + 1 = 0$$

Отметим ОДЗ.

$$\begin{cases} x-3 \neq 0 & (1) \\ 2x^2-18 \neq 0 & (2) \\ 3-x \neq 0 & (3) \end{cases}$$

$$\frac{2}{x-3} - \frac{x+8}{2x^2-18} + 1 = 0$$

$$\frac{4(x+3) - (x+8)}{2(x-3)(x+3)} + 1 = 0$$

$$\frac{(3x+4) + 2(x-3)(x+3)}{2(x-3)(x+3)} = 0$$

$$\frac{3x+4+2x^2-18}{2(x-3)(x+3)} = 0$$

$$\frac{2x^2+3x-14}{2(x-3)(x+3)} = 0$$

$$2x^2+3x-14=0$$

$$D=b^2-4ac=3^2-4 \cdot 2(-14)=121$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{-3-11}{2 \cdot 2} = -\frac{7}{2}; x_2 = \frac{-3+11}{2 \cdot 2} = 2$$

Произведем проверку ОДЗ. $x = -\frac{7}{2}$ и $x = 2$ удовлетворяет ОДЗ.

Ответ: $x = -\frac{7}{2}; x = 2$