cos(2x)=sin^3(x)+cos^3(x)

$$\cos 2x = \sin^3 x + \cos^2 x \Leftrightarrow (\sin x + \cos x)(\sin^2 x - \sin x\cos x + \cos^2 x) - (\cos^2 x - \sin^2 x) = 0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow (\sin x + \cos x)(\sin^2 x - \sin x\cos x + \cos^2 x) - (\sin x + \cos x)(\cos x - \sin x) = 0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow (\sin x + \cos x)(1 - \sin x\cos x - \cos x + \sin x) = 0.$$

А. $\sin x + \cos x = 0 \Leftrightarrow \operatorname{tg}x + 1 = 0 \Leftrightarrow \operatorname{tg}x = -1 \Rightarrow x = -\frac{\pi}{4} + \pi n,\ n \in Z.$

Б. $1 - \sin x\cos x - \cos x + \sin x = 0;$

$$1 - 2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}\left(\cos^2\frac{x}{2} - \sin^2\frac{x}{2}\right) - \left(\cos^2\frac{x}{2} - \sin^2\frac{x}{2}\right) + 2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2} = 0;$$

$$2\sin^2\frac{x}{2} - 2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}\left(\cos^2\frac{x}{2} - \sin^2\frac{x}{2}\right) + 2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2} = 0;$$

$$\sin\frac{x}{2}\left(\sin\frac{x}{2} - \cos\frac{x}{2}\left(\cos^2\frac{x}{2} - \sin^2\frac{x}{2}\right) + \cos\frac{x}{2}\right) = 0;$$

Б.1. $\sin\frac{x}{2} = 0;\ \frac{x}{2} = \pi k;\ x = 2\pi k,\ k \in Z.$

Б.2. $\sin\frac{x}{2} - \cos\frac{x}{2}\left(\cos^2\frac{x}{2} - \sin^2\frac{x}{2}\right) + \cos\frac{x}{2} = 0;$

$$\sin\frac{x}{2} + \cos\frac{x}{2} - \cos\frac{x}{2}\left(\cos\frac{x}{2} + \sin\frac{x}{2}\right)\left(\cos\frac{x}{2} - \sin\frac{x}{2}\right) = 0;$$

$$\left(\sin\frac{x}{2} + \cos\frac{x}{2}\right)\left(1 - \cos\frac{x}{2}\left(\cos\frac{x}{2} - \sin\frac{x}{2}\right)\right) = 0;$$

Б.2.1. $\sin\frac{x}{2} + \cos\frac{x}{2} = 0;\ \operatorname{tg}\frac{x}{2} = -1;\ \frac{x}{2} = \frac{\pi}{4} + \pi m;\ x = \frac{\pi}{2} + 2\pi m,\ m \in Z.$

Б.2.2. $1 - \cos\frac{x}{2}\left(\cos\frac{x}{2} - \sin\frac{x}{2}\right) = 0;\ \sin^2\frac{x}{2} + \cos^2\frac{x}{2} - \cos^2\frac{x}{2} + \cos\frac{x}{2}\sin\frac{x}{2} = 0;$

$\sin\frac{x}{2}\left(\sin\frac{x}{2} + \cos\frac{x}{2}\right) = 0.$ Это уравнение даёт решения, уже найденные в Б.1. и Б.2.1.

Ответ: $x = -\frac{\pi}{4} + \pi n \cup x = 2\pi k \cup x = \frac{\pi}{2} + 2\pi m,\ k, m, n \in Z.$