

$$\begin{cases} x^3 - y^3 = 26 \\ x^2 + xy + y^2 = 13 \end{cases}$$

Выносим общий множитель.

Воспользуемся формулой разности кубов.

$$\begin{cases} (x-y)(x^2 + xy + y^2) = 26 \\ x^2 + xy + y^2 = 13 \end{cases}$$

Следующая система эквивалентна предыдущей.

$$\begin{cases} 2(x^2 + xy + y^2) - (x-y)(x^2 + xy + y^2) = 2 \cdot 13 - 1 \cdot 26 \\ (x-y)(x^2 + xy + y^2) = 26 \end{cases}$$

Преобразуем уравнение.

$$\begin{cases} (2-(x-y))(x^2 + xy + y^2) = 0 \\ (x-y)(x^2 + xy + y^2) = 26 \end{cases}$$

Следующая система эквивалентна предыдущей.

так как $x^2 + xy + y^2 \neq 0$

$$\begin{cases} 2-(x-y) = 0 \\ (x-y)(x^2 + xy + y^2) = 26 \end{cases}$$

Следующая система эквивалентна предыдущей.

$$\begin{cases} x^3 - y^3 = 26 \\ 2-(x-y) = 0 \\ x^3 - y^3 = 26 \\ 2-x+y = 0 \end{cases}$$

Из уравнения 2 выразим переменную x .

$$\begin{cases} x^3 - y^3 = 26 \\ x = 2+y \end{cases}$$

Подставим вместо переменной x найденное выражение.

$$\begin{cases} (2+y)^3 - y^3 = 26 \\ x = 2+y \end{cases}$$

Решаем вспомогательное уравнение.

$$(2+y)^3 - y^3 = 26$$

Перенесем все в левую часть.

$$(2+y)^3 - y^3 - 26 = 0$$

$$(y+2)^3 - y^3 - 26 = 0$$

Для возведения в степень воспользуемся биноминальной формулой.

$$(y^3 + 6y^2 + 12y + 8) - y^3 - 26 = 0$$

Раскрываем скобки.

$$y^3 + 6y^2 + 12y + 8 - y^3 - 26 = 0$$

Приводим подобные члены.

$$6y^2 + 12y - 18 = 0$$

Следующее уравнение равносильно предыдущему.

$$y^2 + 2y - 3 = 0$$

Находим дискриминант.

$$D = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 16$$

Дискриминант положителен, значит уравнение имеет два корня.

Воспользуемся формулой корней квадратного уравнения.

$$y_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$y_1 = \frac{-2-4}{2 \cdot 1} = -3; y_2 = \frac{-2+4}{2 \cdot 1} = 1$$

Ответ вспомогательного уравнения: $y = -3; y = 1$

Теперь решение разбивается на отдельные случаи.

Случай 1.

$$\begin{cases} y = -3 \\ x = 2 + y \end{cases}$$

Подставим вместо переменной y найденное выражение.

$$\begin{cases} y = -3 \\ x = 2 + (-3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -3 \\ x = -1 \end{cases}$$

Итак, ответ этого случая:

x	y
-1	-3

Случай 2.

$$\begin{cases} y=1 \\ x=2+y \end{cases}$$

Подставим вместо переменной y найденное выражение.

$$\begin{cases} y=1 \\ x=2+1 \\ y=1 \\ x=3 \end{cases}$$

Итак, ответ этого случая:

x	y
3	1

Окончательный ответ:

x	y
-1	-3
3	1